

DEVRE ANALİZ TEKNİKLERİ

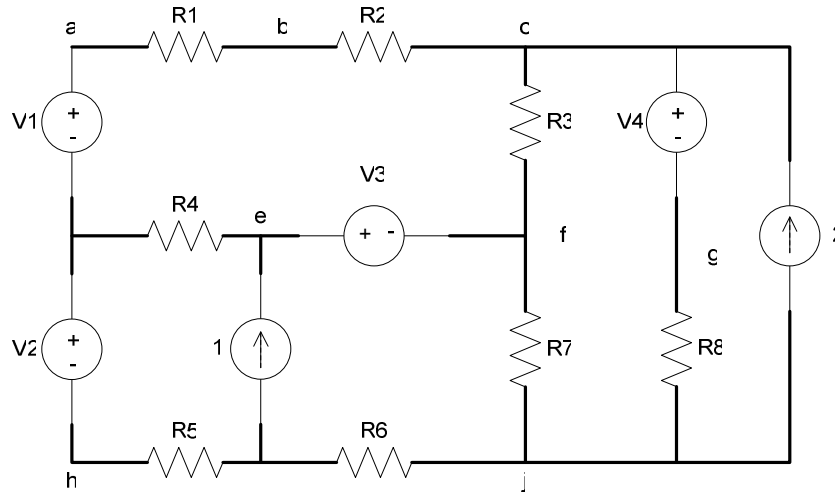
Bu zamana kadar kullandığımız Kirchoffun kanunları ve Ohm kanunu devre problemlerini çözmek için gerekli ve yeterli olan eşitlikleri sağladılar. Fakat bu kanunları kullanarak şimdiye kadar izlediğimiz yöntemler biraz daha metodik ve algoritmiktir. Bu metodlarla herhangi bir devredeki akım ve gerilim hesabı oldukça kolaylaşmış olmaktadır.

Çözüm metotlarına girmeden önce, bu yöntemleri anlatırken kullanacağımız terimlerin ne manaya geldiğini inceleyelim.

Düğüm: İki veya daha fazla devre elemanının uçlarının birleştiği noktalar düğüm olarak adlandırılır. Şekil.DT.1 için a, b, c, d, e, f, g, h, i, j noktalarının hepsi düğümdür.

Temel Düğüm: Üç veya daha fazla devre elemanın birleştiği düğüm temel düğüm olarak adlandırılır. Şekil.DT.1'deki düğümler içerisinde yalnızca c, d, e, f, i, j temel düğümdür.

Yol: Hiçbir devre elemanının iki defa olmamak üzere, temel devre elemanlarının yan yana olanları üzerinden gidilerek izlenen sıraya yol adı verilir. Şekil.DT.1'deki V_2 , R_4 , i_1 , R_6 bir yol oluşturmaktadır. Yine i_2 , R_7 , V_3 , de bir yol oluşturmaktadır.



Şekil.DT.1. Temel terimlerin incelenmesi için örnek devre

Kol: İki düğümü birleştiren yola kol adı verilir. Örneğin a ve b düğümünü birleştiren R_1 direnci bir kol oluşturmaktadır. Yine V_4 gerilim kaynağının olduğu yol, i_2 akım kaynağının olduğu yol bir koldur.

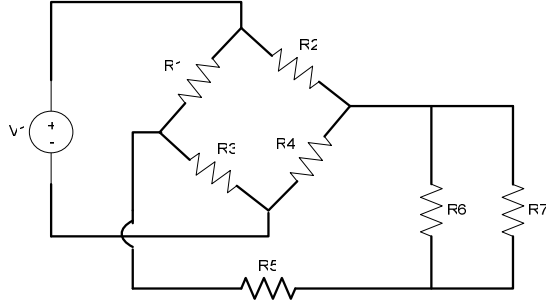
Temel Kol: Başka bir temel düğümden geçmeden iki temel düğümü birleştiren yola temel kol denir. Şekil.DT.1'deki V_1 , R_1 , R_2 yolu i_2 yolu, V_4 , R_8 yolu, R_3 yolu, R_6 yolu, i_1 yolu, R_4 yolu ve V_2 , R_5 yolu temel kol örnekleridir.

Halka: Bir düğümden başlayarak, yine aynı düğüme geri dönen yola halka ismi verilir. Şekil.DT.1'deki halka örnekleri ise aşağıdaki gibidir;

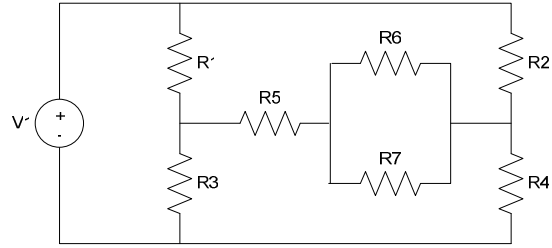
$$R_3 - V_4 - R_8 - R_7, R_7 - R_6 - i_1 - V_3, V_2 - V_1 - R_1 - i_2 - R_6 - R_5$$

Cevre: İçinde başka bir halka olmayan halkaya çevre adı verilir. Şekil DT.1. için $R_4 - V_1 - R_1 - R_2 - R_3 - V_3$ halkası, $V_2 - R_4 - i_1 - R_5$ halkası, $i_1 - V_3 - R_7 - R_6$ halkası, $R_7 - R_3 - V_4 - R_8$ halkası, $R_8 - V_4 - i_2$ halkası aynı zamanda birer çerçevedirler.

Düzlemsel Devre: Birbiri üzerinden atlama yapmadan bir düzlem üzerine (örneğin kağıda) çizilebilen devrelere düzlemsel devre ismi verilir. Üzerinden atlama yapılmış devreler illaki düzlemsel olmayan devre olmayabilirler. Bu devrelerin bir kısmı düzlemsel olarak çizilebilir. Örneğin şekil DT.2'deki devre, şekil DT.3'teki gibi tekrar çizilebilir.

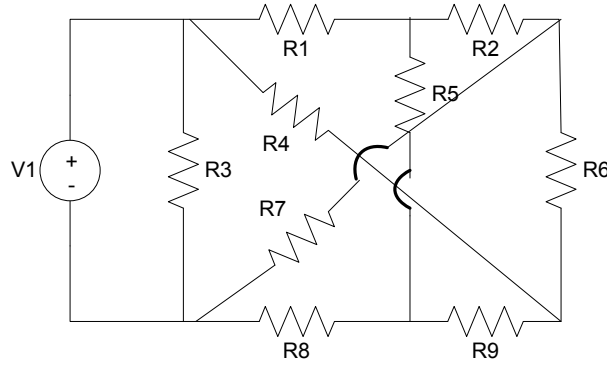


Şekil.DT.2 Örnek düzlemsel Devre



Şekil.DT.3. Şekil.DT.2'deki devrenin düzeltilmiş hali

Yine de bazı devreler vardır ki düzeltmeler sonucunda dahi atlamasız çizilmez. Bu durumdaki bir devreye düzlemsel olmayan devre adı verilir. Şekil DT.4'deki devre böyle bir devredir.



Şekil.DT.2 Düzlemsel Olmayan Devre

Göreceğimiz metodlar içerisinde çevre akımları yöntemi yalnızca düzlemsel devrelere uygulanabilirken, düğüm gerilimleri yöntemi hem düzlemsel hem düzlemsel olmayan devrelere uygulanabilir.

Düğüm gerilimleri yönteminde, her düğüme bir gerilim atanarak, Kirchoffun akım kanunu vasıtasıyla denklemler elde edilir. Fakat bizim için gerekli olan ise temel düğüm sayısının bir eksiği kadar denklemdir. Yani Düğüm gerilimleri yönteminde toplam denklem sayısı;

$$ds_1 = n_e - 1$$

burada n_e , temel düğümlerin sayısıdır.

Çevre akımları yönteminde ise Kirchoff'un gerilim kanunu, toplam çevre sayısı dolayısıyla denklem sayısı ds_2 ise;

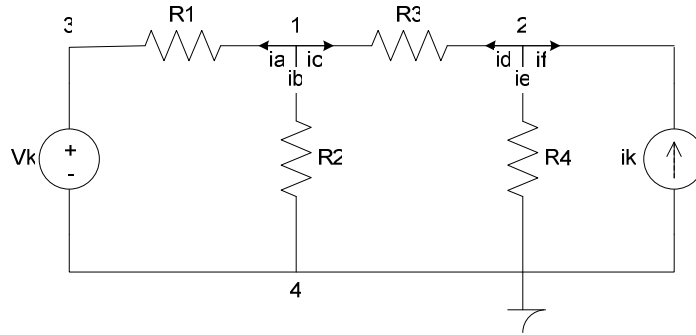
$$ds_2 = b_e - (n_e - 1)$$

formülünden hesaplanır. Burada b_e toplam temel kol sayısıdır.

Düğüm Gerilimleri Metodu

Düğüm gerilimleri metodu temelde, temel düğümlere bir gerilim atanarak ve her düğüm için Kirchoff'un akım kanununun yazılmasını temel alan bir yöntemdir. Bu yöntemle bütün temel düğümlerdeki gerilimler hesaplanır. Bu değerler devrenin diğer noktaları için bir referans özelliği taşır. Bu değerler vasıtasıyla devrenin herhangi bir noktasından geçen akımı veya herhangi iki nokta arasındaki gerilimi hesap etmek mümkündür.

Aşağıdaki örnekle birlikte, düğüm gerilimleri yöntemi ile devre çözümünü inceleyeceğiz. Gerekli olan denklem sayısı $ds_1 = 3 - 1 = 2$.



Şekil.DT.5 Düğüm Gerilimleri Yöntemi İçin Örnek Devre

İlk olarak yapılacak iş devredeki düğümlerin tespitidir. Buradaki örnek için 1, 2, 3, ve 4 düğümdür. Fakat esas kullanacaklarımız ise temel düğümlerdir, yani 1, 2 ve 4 tür. Temel düğümlerin bir tanesi toprak düğümü, yani sıfır volt noktası olarak seçilir ve (\perp veya \perp veya \perp) işaretleriyle gösterilir. Bu sıfır noktası olarak seçilen düğüm genellikle en çok devre elemanının bağlı olduğu düğüm olur. Bu kesin bir kural olmamakla beraber genel bir kabul olmuştur. Bazı durumlarda sıfır noktası diğer düğümler arasından seçilebilir. Bundan sonraki adım geriye kalan temel düğümlere gerilim atamak yani her bir düğümdeki gerilimleri $V_1, V_2, \dots, V_{n_e-1}$ gibi işaretlenir. Burada bir 1 düğümü için V_1 ve 2 düğümü için V_2 işaretini kullanalım.

Bundan sonraki aşamada her bir işaretlenen düğüm için, sıfır noktası hariç Kirchoffun akım kanunu yazılır. 1 düğümü için;

$$i_a + i_b + i_c = 0$$

Burada i_a, i_b ve i_c yönlerine dikkat edilerek ve Ohm kanunundan eşitlikler yazılır yani;

$$i_a = \frac{V_1 - V_k}{R_1}, i_c = \frac{V_1 - V_2}{R_3} \text{ ve } i_b = \frac{V_1 - 0}{R_2}$$

$$\frac{V_1 - V_k}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = 0$$

Görüldüğü üzere i_a, R_i 'nin bulunduğu koldan geçen akımdır ve denklemini ona göre yazılmıştır. i_b ve i_c de ona göre yazılmış ve en sonunda ise en başta yazılan denklemde yerine konmuştur.

2 düğümü için denklemi yazalım.

$$i_d + i_e + i_f = 0$$

$$i_d = \frac{V_2 - V_1}{R_3}; \text{ yönü } i_c \text{ 'ye terstir, o yüzden bu şekilde yazılmıştır.}$$

$$i_e = \frac{V_2 - 0}{R_4} \text{ ve } i_f = -i_k \text{ akım kaynağının yönü } i_f \text{ 'ye terstir.}$$

Dolayısıyla ikinci denklem

$$\frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_4} - i_k = 0$$

şeklinde yazılabilir. Böylelikle iki bilinmeyenli iki denklem bulunmuş olur. Diğer değerler; R dirençler ve kaynak değerleri devrede verilmiş olmalıdır. İki bilinmeyenli iki denklem ise doğrusal cebir vasıtasıyla kolaylıkla çözülebilir. Aşağıda verilen örnekle durum daha açık bir şekilde anlaşılabilir.

Örnek.DT.1: Şekil.DT.5 teki devrede $R_1=8\ \Omega$, $R_2=3\ \Omega$, $R_3=4\ \Omega$ ve $R_4=12\ \Omega$ dur.

$V_k=20\text{v}$ ve $i_k=5\text{A}$ ise, R_4 üzerinden geçen akımı hesap ediniz.

Sayısal değerleri yukarıda bulduğumuz denklemlerde yerine yazınız.

$$\frac{V_1 - 20}{8} + \frac{V_1}{3} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 0 \quad \Rightarrow \quad 17V_1 - 6V_2 = 60x2$$

$$\frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{12} - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad -3V_1 + 4V_2 = 60x3$$

$$34V_1 - 12V_2 = 120$$

$$-9V_1 + 12V_2 = 180$$

$$\hline 25V_1 = 300$$

$$V_1 = \frac{300}{25} = 12\text{v}$$

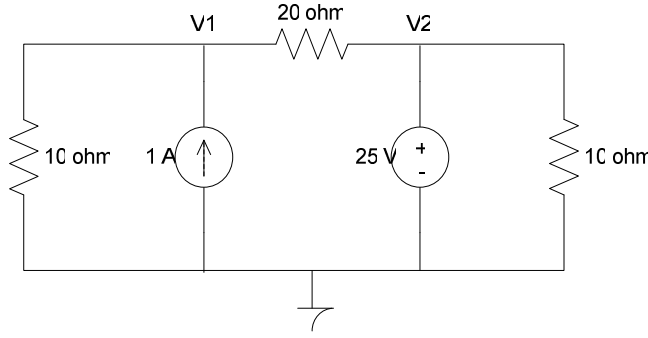
$$V_2 = \frac{60 + V_1}{4} = \frac{60 + 36}{4} = \frac{96}{4} = 24\text{v}$$

$$i_{R_4} = \frac{V_2}{R_4} = \frac{24}{12} = 2\text{A}$$

Düğüm Gerilimleri Yöntemi Özel Durumlar

Bağımlı Kaynaklar: Düğüm gerilimleri yönteminde, düğüm gerilimleri devrenin herhangi bir yerindeki gerilimin ve akımın hesap edilmesi için yeterlidir. Bu yüzden bağımlı kaynakların olması durumu değiştirmez. Bağımlı kaynakların kontrolleri ise düğüm gerilimleri değişkenlerinden faydalanarak hesaplanır. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Örnek.DT.2: Aşağıdaki devrede işaretli düğüm gerilimlerini çözünüz.



Devreyi dikkatle incelediğimizde işaretli olan düğüm gerilimlerinin birinin daha çözüme başlamadan belli olduğunu görürüz. Bu V_2 dir. Görüldüğü üzere 25v'luk gerilim kaynağı V_2 'nin düğümü ile toprak arasına bağlıdır. Dolayısıyla $V_2=25v$ olur.

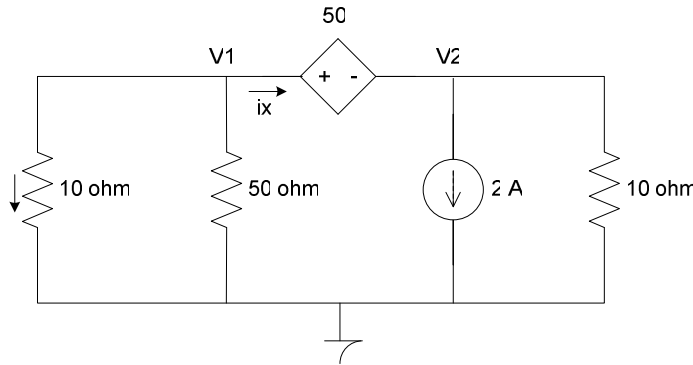
V_1 için:

$$\frac{V_1}{10} - 1 + \frac{V_1 - V_2}{20} = 0 \Rightarrow \frac{V_1}{10} - 1 + \frac{V_1 - 25}{20} = 0$$

$$2V_1 - 20 + V_1 - 25 = 0 \quad V_1 = \frac{45}{3} \quad V_1 = 15v$$

Süper Düğüm: Eğer iki düğüm arasına bir gerilim kaynağı bağlanmış ise kollardan geçen akımı direk yazamayız. Fakat dolaylı yollardan düğüm gerilimlerini yazabiliriz. Aşağıdaki örneği inceleyelim.

Örnek.DT.3



$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + i_x = 0$$

i_x : gerilim kaynağı üzerinden geçen akımı direk bilemediğimizden gerilim kaynağı üzerinden geçen bir akım tanımlandı:

V_1 düğümü için

V_2 düğümü için

$$-i_x + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$

Bu iki denklemi toplarsak i_x terimleri yok olur.

$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + 2 + \frac{V_2}{10} = 0 \text{ elde edilir. (Denklem 1*)}$$

Fakat eksik olan bir denklem daha bulunmalıdır. Çünkü 2 bilinmeyenli denklemleri çözmek için en az iki adet denklem lazımdır. Bu ise kontrollü gerilim kaynağını yerine yazarak bulunur.

$$V_1 - V_2 = 50i \Rightarrow i = \frac{V_1}{10} \Rightarrow V_1 - V_2 = 50 \frac{V_1}{10}$$

$$-4V_1 - V_2 = 0$$

Böylece ikinci denklem elde edilmiş oldu. Denklemler çözülsünce:

$$\begin{aligned} 5V_1 + V_1 + 100 + 5V_2 &= 0 \\ -4V_1 - V_2 &= 0 \quad X(5) \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} 6V_1 + 5V_2 &= -100 \\ -20V_1 - 5V_2 &= 0 \\ \hline -14V_1 &= -100 \end{aligned}$$

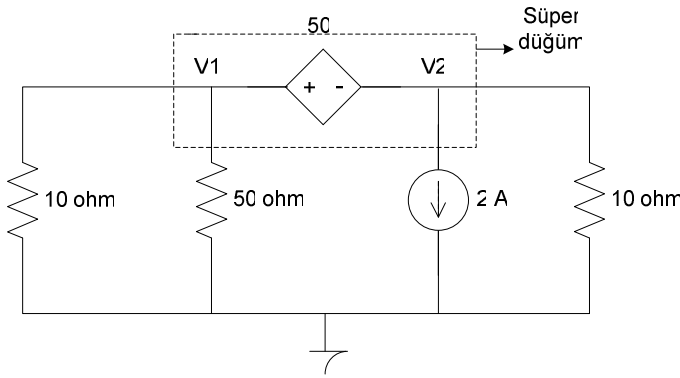
$$V_1 = \frac{100}{4} = 7.142v$$

$$V_2 = -28.57v$$

Denklem (1*) kısaca yazabilmek için süper düğüm yöntemi adı verilen bir yöntem uygulanabilir. Bu yöntem gerilim kaynaklarının arasına bağlı olduğu her düğüm için uygulanabilir. Eğer süper düğüm için Kirchoff'un akım kanununu yazarsak:

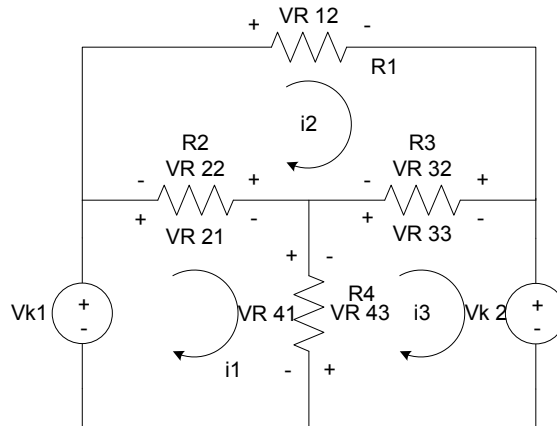
$$\frac{V_1}{10} + \frac{V_1}{50} + 2 + \frac{V_2}{10} = 0$$

Denklem (1*)elde ederiz.



Çevre Akımları Metodu

Çevre akımları metodunda temel olan çevrelerin tespit edilerek çevreler içerisinde akımlar dolaştığının varsayılmasından ibarettir. Daha sonra çevre için Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. Sonuç olarak $b_e - (n_e - 1)$ adet denklem elde edilir. Bu denklemlerle çevre akımları hesaplanır. Yine düğüm gerilimlerinde olduğu gibi çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımların hesaplanması için yeterlidir. Şekil.DT.6'yı ele alalım.



Şekil.DT.6 Çevre Akımları Yönteminin Uygulanması

Şekil.DT.6'daki devrede üç adet çevre olduğu görülmektedir. Devrede dört adette temel düğüm bulunmaktadır. Devrede altı adette temel kol vardır. Gerekli olan denklem sayısı $b_e = 6$ ve $n_e = 4$ için $b_e - (n_e - 1) = 6 - (4 - 1) = 7 - 4 = 3$ 'tür. Bu sayı ise çevre sayısına eşittir. Çevreler tespit edildikten sonra her çevre için çevre içinde dolanarak devresini tamamlayan çevre akımları tespit edilir. Bu akımların yönleri ya hepsi saat yönünde, ya da saat yönünün tersi yönde tespit edilir. Burada ve ileride hep saat yönü tercih edilecektir. Bundan sonra ise çevre akımının yönü referans alınarak Kirchoff'un gerilim kanunu yazılır. i_1 halkası için bunu yazalım.

$-V_{k_1} + V_{R_{21}} + V_{R_{41}} = 0$ Burada $V_{R_{21}}$ ve $V_{R_{41}}$, i_1 akımına göre pozitif kabul edilir.

$-V_{k_1} + V_{21} + V_{R_{41}} = 0$ V_{21} gerilimi bir sonraki aşama için dikkatle seçildi.

Eğer $V_{R_{21}}$ ve $V_{R_{41}}$, i_1 akımına göre seçilmişse denklemi yeniden yazarsak;

$$-V_{k_1} + (i_1 - i_2)R_2 + (i_1 - i_3)R_4 = 0$$

R_2 üzerinden geçen akımın $(i_1 - i_2)$ olduğuna ve R_4 üzerinden geçen akımın $(i_1 - i_3)$ olduğuna ve kabul edilen referans gerilim yönlerine dikkat ediniz.

i_2 halkası için ise

$$+V_{R_{22}} + V_{R_{12}} + V_{R_{32}} = 0$$

denklemi yazılıp, değerleri yerine konursa

$$R_2(i_2 - i_1) + R_1i_2 + (i_2 - i_3)R_3 = 0$$

Burada $V_{R_{22}} = -V_{R_{21}}$ olduğuna ve bunların i_1 ve i_2 akım yönlerine göre alındığına dikkat ediniz.

i_3 halkası için ise

$$V_{R_{43}} + V_{R_{33}} + V_{R_{k2}} = 0 \Rightarrow R_4(i_3 - i_1) + R_3(i_3 - i_2) + V_{k2} = 0$$

Bu şekilde denklemler bulunmuş olur. Sonuç denklem sistemini çözerek elde edilir.

Örnek.DT.4: Şekil.DT.6'daki devrede $V_{k_1} = 35v$, $R_1 = 50\Omega$, $V_{k_2} = 25v$, $R_2 = 250\Omega$,

$R_3 = 50\Omega$ ve $R_4 = 25\Omega$ ise i_1 , i_2 ve i_3 çevre akımları kaçtır?

Denklemlerde değerleri yerlerine yazalım.

$$-35 + (i_1 - i_2)250 + (i_1 - i_3)25 = 0 \Rightarrow 275i_1 - 250i_2 - 25i_3 = 35$$

$$250(i_2 - i_1) + 50i_2 + (i_2 - i_3)50 = 0 \Rightarrow -250i_1 - 350i_2 - 50i_3 = 0$$

$$25(i_3 - i_1) + 50(i_3 - i_2) + 25 = 0 \Rightarrow -25i_1 - 50i_2 + 75i_3 = -25$$

Denklem sistemini çözelim

$$\Delta = \begin{vmatrix} 275 & -250 & -25 \\ -250 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 1000000 = 10^6$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 35 & -250 & -25 \\ 0 & 350 & -50 \\ -25 & -50 & 75 \end{vmatrix} = 300000 \quad i_1 = \Delta_1 / \Delta = 0,3A$$

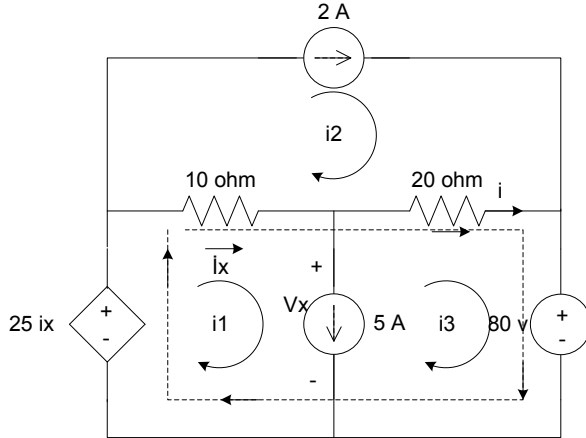
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 275 & 35 & -25 \\ -250 & 0 & -50 \\ -25 & -25 & 75 \end{vmatrix} = 200000 \quad i_2 = \Delta_2 / \Delta = 0,2A$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 275 & -250 & 35 \\ -250 & 350 & 0 \\ -25 & -50 & -25 \end{vmatrix} = -100000 \quad i_3 = \Delta_3 / \Delta = -0,1A$$

Cevre Akımları Yöntemi Özel Durumlar

Bağımlı kaynakların devrede bulunması çevre akımları yöntemini değiştirmez çünkü çevre akımları devrenin herhangi bir yerindeki gerilim ve akımını belirlediği için küçük değişikliklerle devre çözülebilir. Bunun için Örnek.DT.5'i inceleyelim.

Örnek.DT.5: Çevre akımları yöntemi kullanarak 20Ω 'luk direnç üzerinden geçen akımı hesaplayınız.



Şekle bakıldığında iki adet akım kaynağı Kirchoff'un gerilim kanunu yazmak için bir problem oluşturur gibi gözükmemektedir. Fakat dikkatli bir incelemeyle $i_2 = 2A$ olduğunu kolaylıkla bulabiliriz. Böylece bilinmeyen sayısı bir adet azalmış olur. i_1 halkası için denklemi yazalım. 5A lık akım kaynağı üzerindeki gerilime V_x diyelim.

$$-25i_x + (i_1 + i_2)10 + V_x = 0$$

i_3 halkası için yazalım

$$-V_x + (i_3 + i_2)20 + 80 = 0$$

Bu iki denklemi toplarsak,

$$-25i_x + (i_1 + i_2)10 + (i_3 + i_2)20 + 80 = 0 \quad \text{elde edilir.}$$

Fakat bu denklem V_x değerleri yazmadan da çizikli yol izlenerek de Kirchoff'un gerilim kanunundan yazılabilir. Böylece akım kaynağı kaldırılarak elde edilen çerçeveye süper çevre ismi verilir. Bu şekilde yazılan denklem bir denklemi yok ettiği için fazladan bir denklem daha yazmak gerekir. Bu ise akım kaynağının bağlı olduğu koldan geçen akımı yazarak bulunur.

$$i_3 - i_2 = 5A \quad (\text{akım kaynağının yönü } i_1 \text{ ile aynı yönde})$$

Denklemlerdeki fazladan bilinmeyen i_x ise $i_1 - i_2$ 'ye eşittir.

Tüm değerler yerine yazılırsa;

$$-25(i_1 - 2) + 10(i_1 - 2) + 20(i_3 - 2) + 80 = 0$$

$$-15i_1 + 20i_3 + 50 - 20 - 40 + 80 = 0$$

$$\begin{array}{l} -15i_1 + 20i_3 = -70 \\ 15/ \quad i_1 - i_3 = 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} -15i_1 + 20i_3 = -70 \\ 15i_1 - 15i_3 = 75 \\ \hline -5i_3 = 5 \quad i_3 = 1A \end{array}$$

$$i_1 - i_3 = 5 \Rightarrow i_1 - 1 = 5 \Rightarrow i_1 = 6A$$

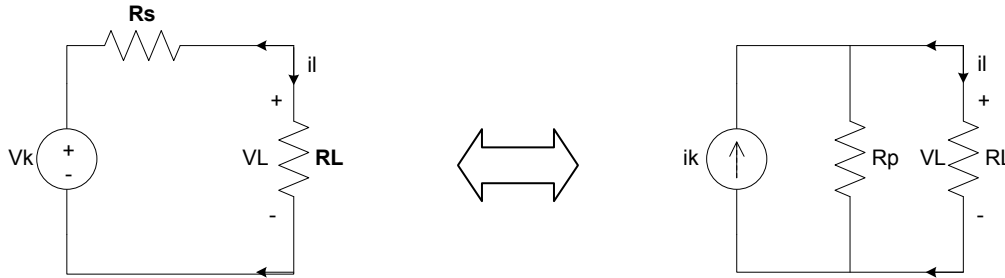
$$i_{20\Omega} = i_3 - i_2 = 1 - 2 = -1A$$

Düğüm gerilimleri yöntemi genelde çevre akımları yöntemine göre avantajlıdır. Fakat bazı durumlarda devre daha bilinmeyenli denklem sistemine dönüştürülebiliyorsa daha az bilinmeyenli denklem sistemi tercih edilir. Bu arada düzlemsel olmaya devrelere yalnızca düğüm gerilimlerinin uygulanabildiğini unutmayınız.

Kaynak Dönüşümü

Bazı durumlarda Gerilim kaynağına seri bağlı direnç, akım kaynağına paralel bağlı bir dirence dönüştürüldüğünde devrede bazı sadeleşmeler olur. Eğer gerilim kaynağına seri bağlı direnci akım kaynağına paralel bağlı dirence dönüştürülecek bir yöntem bulunursa bu uygulanabilir.

Şekil.DT.7’deki dönüşümü yapabilmek için R_L yük direnci üzerinden geçen akımların ve R_L üzerinde düşen gerilimlerin eşit olması gerekir.



Soldaki devre için

$$i_L = \frac{V_k}{R_s + R_L} \quad \text{ve} \quad V_L = \frac{V_k \cdot R_L}{R_s + R_L}$$

Sağdaki devre için

$$i_L = \frac{i_k \cdot R_p}{R_p + R_L}$$

$R_L = 0$ için $i_L = V_k / R_s$ ve $i_L = i_k$ olmalıdır.

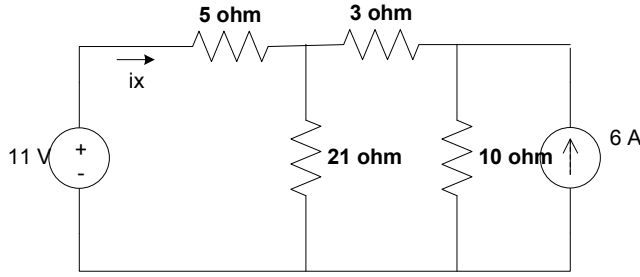
Dolayısıyla $i_k = V_k / R_s$ olur.

$R_L = \infty$ için $V_L = V_k$ ve $V_L = i_k \cdot R_p$ olur.

Eğer V_k 'yı ilk denkleminde yerine yazarsak;

$$i_k = i_k \cdot R_p / R_s \Rightarrow R_p = R_s$$

Sonuç olarak kaynak dönüşümü için gerekli formüller bulunmuş olur. Kaynak dönüşümler çift taraflıdır.

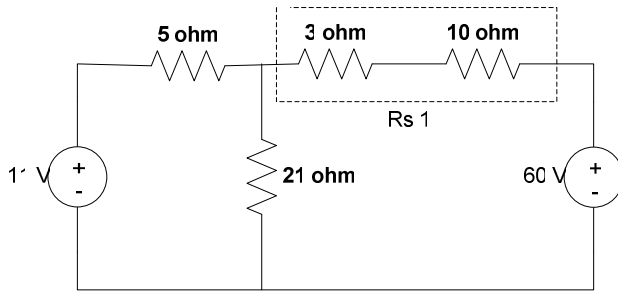
Örnek.DT.6:

Kaynak dönüşümünü kullanarak i_x akımını hesap ediniz. 11v'luk gerilim kaynağının güç üretip üretmediğini bulunuz

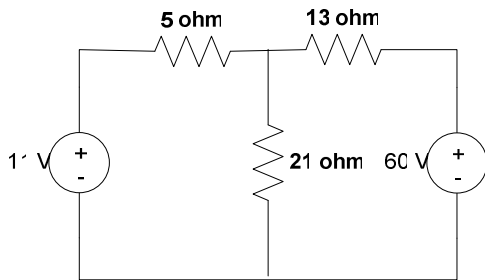
6A'lık 10Ω devre elemanlarına kaynak dönüşümünü uygulayalım.

$$V_{k_1} = 6 \cdot 10 = 60v \quad R_s = 10\Omega$$

Devreyi tekrar çizelim

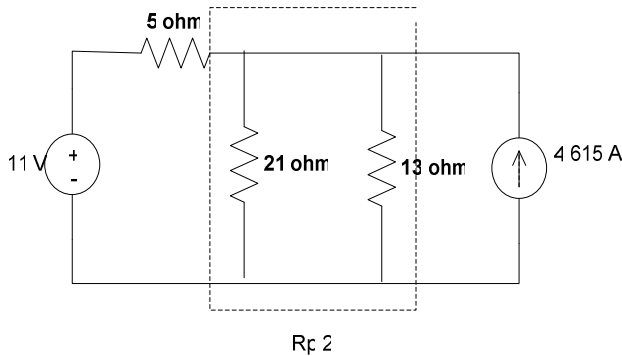


10Ω'luk ve 3Ω'luk dirençler seri hale gelir ve 13Ω'luk bir dirençle değiştirilebilir



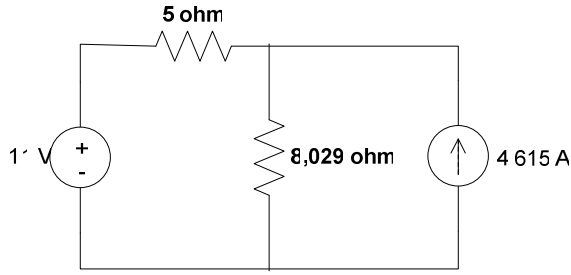
60v'luk gerilim kaynağı 13 Ω'luk dirence tekrar kaynak dönüşümü uygulayalım.

$$i_{k_1} = 60v / 13\Omega = 4,615A \quad R_p = 13\Omega$$



21 Ω ve 13 Ω'luk direnç paralel

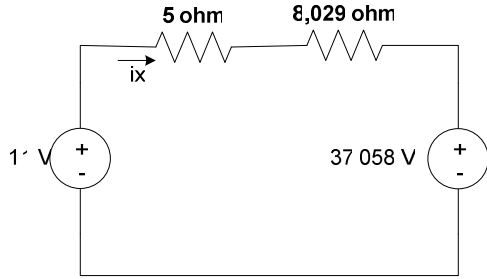
$$\text{olduğundan: } R_{p_2} = \frac{21 \cdot 13}{21 + 13} = 8,029$$



4,615'lik akım kaynağı ve 8,029'luk dirence tekrar kaynak dönüşümünü uygularsak

$$V_{k_2} = 4,615 \cdot 8,029 = 37,058 \text{ V}$$

$$R_{p_2} = 8,029 \Omega$$

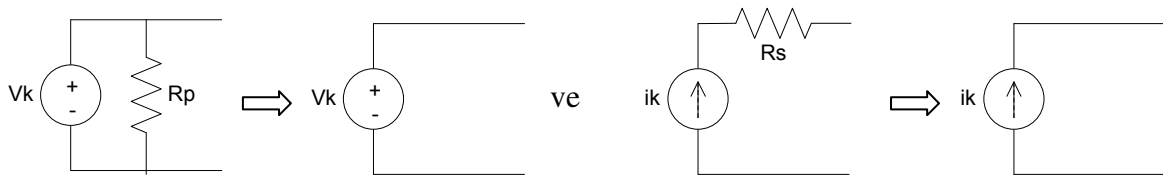


Devrenin bu haliyle i_x 'i hesaplayalım.

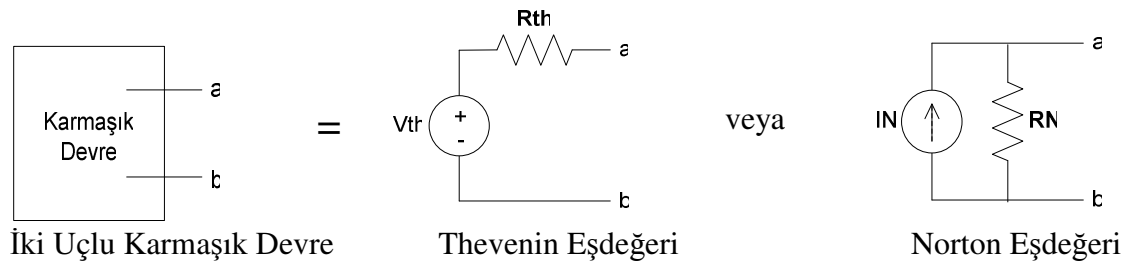
$$i_x = \frac{11 - 37,058}{5 + 8,029} = -2 \text{ Amper}$$

Dolayısıyla i_x ters yöndedir. Bu durumda 11 v'luk gerilim kaynağı güç tüketir.

Gerilim kaynağına paralel direnç dönüştürülürken yalnızca gerilim kaynağı ve akım kaynağına seri direnç dönüştürülürken yalnızca akım kaynağı seçilir.



Thevenin ve Norton Eşdeğer Devreleri



Herhangi bir devre, devre üzerinde belirlenmiş iki noktadan doğru bakıldığında bir gerilim kaynağı ve bir seri direnç olarak sadeleştirilebilir. Bu sadeleştirmeye Thevenin eşdeğeri'nin bulunması denir. Aynı şekilde bu sadeleştirme bir akım kaynağı ve buna paralel bağlı direnç olarak yapılırsa Norton eşdeğeri bulunmuş olur.

Bazı durumlarda devrenin içinden çok uçları arasındaki davranış ile ilgileniyorsak Thevenin ve Norton eşdeğeri sıkça kullanılır. Bunu yaparken uygulanan yöntem uçlar arasındaki

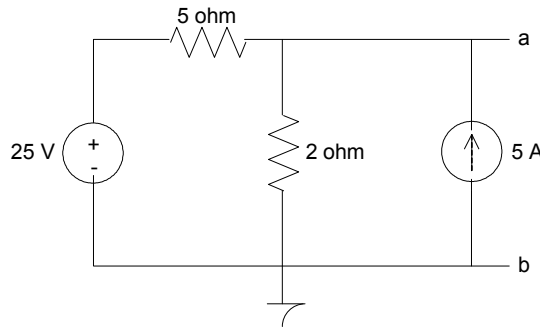
gerilimi hesaplamaktan başlar. Bu uçlara herhangi bir şey bağlı değilken yapılan gerilim hesabı Thevenin eşdeğer gerilimini verir. Bu iki uç kısa devre edilerek kısa devre üzerinden geçen akım hesaplanırsa buna da Norton eşdeğer akımı denir. Bu belirlenen uçlara sırayla voltmetre ve ampermetre bağlanması gibidir.

Kaynak dönüşümünden,

$$V_{th} = I_N \cdot R_N \text{ ve } I_N = V_{th} / R_{th} \Rightarrow R_N = R_{th}$$

değerleri hesap edilebilir. Thevenin ve Norton eşdeğerinin bulunmasını standart yöntemle aşağıdaki örnekle inceleyelim.

Örnek.DT.7: a ve b uçları arasındaki eşdeğer Thevenin devresinin bulunuz. (standart yöntemi kullanarak)



a ve b uçları arasındaki gerilimi V_1 hesap ederek bulalım. Düğüm gerilimleri için V_1 yeterlidir ve $V_1 = V_{ab} = V_{th}$ dir.

$$\frac{V_1 - 25}{4} + \frac{V_1}{2} - 5 = 0 \Rightarrow V_1 - 25 + 2V_1 - 20 = 0$$

$$3V_1 = 45 \quad V_1 = 45/3 \quad V_1 = 45/3 = 15v = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edildiğinde geçen akım ise

$$I_N = \frac{25v - 0}{4} + 5 = 6,25 + 5 = 11,25A$$

$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N} = 1,333\Omega$$

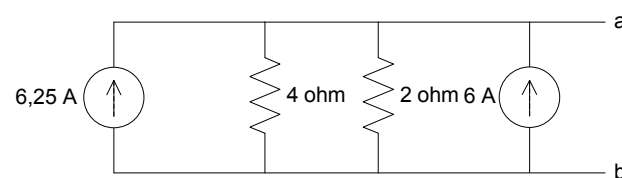
Örnek.DT.8: a ve b uçları arasındaki eşdeğer Norton devresini hesaplayınız.

$$I_N = 11,25 \text{ ve } R_N = R_{th} = 1,333\Omega$$

Örnek.DT.9: Kaynak dönüşümünü kullanarak a ve b uçları arasındaki Norton ve Thevenin eşdeğerini hesaplayınız.

25v'luk gerilim kaynağı ile 4Ω 'luk direnci dönüştürelim.

$$i_k = 25v/4 = 6,25A \text{ ve } R_p = 4\Omega$$



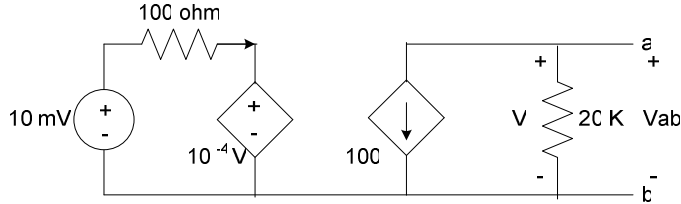
Bu devre akım kaynakları toplanarak ve 4Ω ve 2Ω 'luk dirençlerin eşdeğerleri bulunarak hesaplanır.



Bu devre zaten Norton eşdeğeri. Thevenin eşdeğeri kaynak dönüşümünden $V_{th} = I_N \cdot R_N = 15V$ ve $V_{th} = R_N = 1,33\Omega$

Not: Thevenin veya Norton eşdeğerini bulurken bazen kaynak dönüşümü kullanılamayabilir. Bu durumda standart yöntem geri dönülür.

Örnek.DT.10: Aşağıdaki transistörlü yükselteç, eşdeğerinin a ve b uçları arasındaki Thevenin eşdeğerini bulunuz.



a ve b uçları açıkken $V_{ab} = -100.2Ki$ olur

i ise $i = \frac{10mV - 10^{-4}v}{100} \Rightarrow V$ bilinmediğinde v yerine yazılmalıdır.

$V = V_{ab}$ 'dir dolayısıyla yerine yazalım;

$$i = \frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100}$$

i tekrar yerine konursa

$$V_{ab} = -100.2K \frac{10mV - 10^{-4}v_{ab}}{100} = (-10mV + 10^{-4}v_{ab})2000$$

$$0.5v_{ab} \times 10^{-3} = -10mV + 10^{-4}v_{ab} \quad (5v_{ab} - v_{ab}) \times 10^{-4} = -10mV$$

$$4v_{ab} = \frac{-10 \times 10^{-3}}{10^{-4}} = -100 \quad v_{ab} = -25V = V_{th}$$

a ve b uçları kısa devre edilirse

$$I_N = -100i \text{ olur. } i \text{ ise } i = \frac{10mV - 10^{-4}v}{100} \quad v = 0 = v_{ab} \text{ olduğundan}$$

$$i = \frac{10mV}{100} = \frac{10 \times 10^{-3}}{10^2} = 10^{-4} \Rightarrow I_N = -100 \cdot 10^{-4} = 10^{-2} A$$

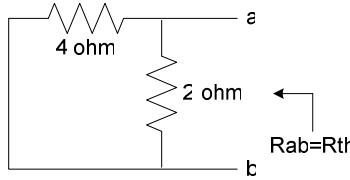
$$R_{th} = V_{th} / I_N = \frac{-25V}{-10^{-2}} = 2500\Omega$$

Bazı durumlarda R_{th} direkt olarak hesaplanabilir. Bunun için şart ise devrenin tamamen direç ve bağımsız kaynaklardan oluşması gerekir. Bu durumda gerilim kaynakları kısa devre ve

akım kaynakları açık devre yapılarak devre yeniden çizilir ve eşdeğer devre direnci hesaplanır.

Örnek.DT.11: Örnek.DT.7'deki R_{th} direncini gerilim kaynaklarını kısa devre ve akım kaynaklarını açık devre yaparak hesaplayınız.

Devreyi tekrar çizelim:(Gerilim kaynakları kısa, akım kaynakları açık)

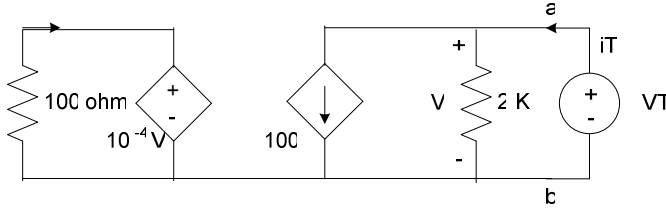


$$R_{ab} = \frac{4\Omega \cdot 2\Omega}{4\Omega + 2\Omega} = \frac{8}{6} = 1,333\Omega$$

Eğer devrede kontrollü kaynaklar varsa, yine bağımsız kaynaklar yukarıdaki gibi kısa devre ya da açık devre yapılır. Fakat bu işlem kontrollü kaynaklara uygulanmaz. Onun yerine a ve b uçları ara sıra test gerilimi uygulanır ve sonuç bu şekilde hesaplanır

Örnek.DT.12: Örnek.DT10'daki devrede R_{th} direncini test gerilimi yöntemi ile bulunuz.

Girişteki bağımsız gerilim kaynağını kısa devre edelim.



$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} \quad i_T = \frac{V_{ab}}{2K} + 100i \quad i_T = \frac{V_T}{2K} + 100i$$

i bu sefer şu şekilde hesaplanır.

$$i = \frac{-10^{-4}}{100} v \text{ değerinin negatif olduğuna dikkat ediniz. } V = V_T \text{ olduğundan}$$

$$i = \frac{-10^{-4}}{100} v_T \text{ yerine yazarsak}$$

$$i_T = \left(\frac{1}{2K} + 100 \frac{(-10^{-4})}{100} \right) v_T$$

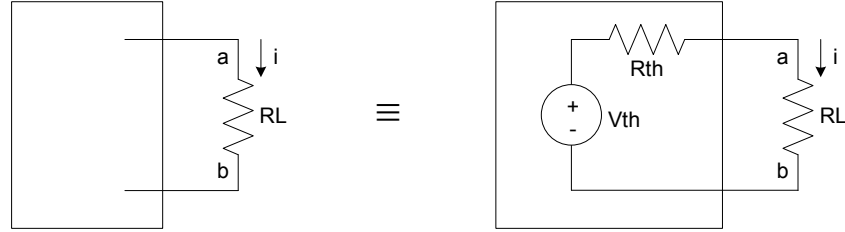
$$i_T = (0,5 \times 10^{-3} - 10^{-4}) v_T \quad v_T = \frac{i_T}{4 \times 10^{-4}}$$

$$R_{th} = \frac{V_T}{i_T} = \frac{i_T / 4 \times 10^{-4}}{i_T} = \frac{10000}{4} = 2500\Omega$$

Maksimum Güç Transferi

Güç transferi olayı elektrik açısından iki şekilde incelenir. İlk kısım için öretilen gücün ne kadarının verimli bir şekilde transfer edildiğidir. Güç üretim istasyonlarından, yüke transfer edilen güç yüzdesi ne kadar büyükse o kadar verimlidir denir. İkincisi ise transfer edilen

gücün büyüklüğüyle ilgilidir. Bu tip sistemlerde üretilen güç çok sınırlı ve küçük olduğundan üretilen gücün maksimum değeri yüke transfer edilmek ister. Bu durumda maksimum güç transferi kuralları uyarlanır. Herhangi bir devre Thevenin eşdeğeri olarak yazılabildiğinden karmaşık devre bir Thevenin eşdeğeri ile yer değiştirilir.



Şekil.DT.10 Maksimum Güç Transferi

Yük direnci üzerinde harcanan gücü yazarsak.

$$P_L = i^2 \cdot R_L = \left(\frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 \cdot R_L$$

Gücün R_L 'ye göre türevini aldığımızda ve sifıra eşitlediğimizde maksimum güç transferi için gerekli olan R_L değerini hesaplayabiliriz.

$$\frac{dP}{dR_L} = V_{th}^2 \left[\frac{(R_{th} + R_L)^2 - R_L 2(R_{th} + R_L)}{(R_{th} + R_L)^4} \right] = 0$$

V_{th} sıfır olamayacağından köşeli parantezin içi dolayısıyla;

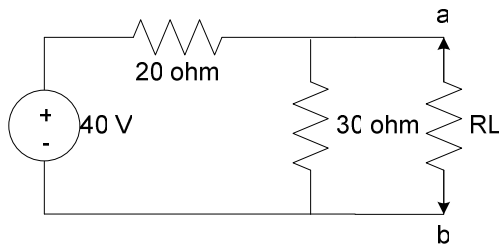
$$(R_{th} + R_L)^2 - R_L 2(R_{th} + R_L) = 0$$

$$R_{th}^2 + 2R_{th}R_L + R_L^2 - 2R_L R_{th} - 2R_L^2 = 0$$

$$R_{th}^2 - R_L^2 = 0 \Rightarrow R_{th}^2 = R_L^2 \Rightarrow R_{th} = R_L$$

Sonuç olarak R_L yük direnci maksimum güç transferi için R_{th} 'ye eşit olmalıdır.

Örnek.DT.13: Aşağıdaki devrede maksimum güç transferi için R_L ne olmalıdır. P_{R_L} ne olmalıdır (P_{max}) ve üretilen gücün ne kadarı yüke transfer edilmektedir.



$$V_{ab} = V_{th} \quad (R_L \text{ bağlı değilken})$$

$$V_{ab} = \frac{30 \cdot 40}{30 + 20} = 24V$$

$$R_{th} = \frac{20 \cdot 30}{30 + 20} \quad (40V' \text{ luk bir gerilim kaynağı}$$

kısa devre edilirse)

$$R_{th} = 12\Omega$$

Dolayısıyla maksimum güç transferi için $R_L = R_{th} = 12\Omega$ olmalıdır. R_L devreye bağlı iken;

$$R_{P_L} = P_{\max} = \left(\frac{V_{th}}{R_{th} + R_L} \right)^2 \cdot R_L = \left(\frac{24}{12+12} \right)^2 \cdot 12 = \left(\frac{24}{24} \right)^2 \cdot 12 = 12W$$

40v'luk gerilim kaynağınca üretilen güç ise: (R_L bağlı iken)

$$V_{ab} = \frac{R_L}{R_L + R_{th}} \cdot V_{th} = 12v \Rightarrow i_{30\Omega} = \frac{V_{ab}}{30} = \frac{12}{30} = 0,4A$$

$$i_{R_L} = \frac{V_{ab}}{12} = \frac{12}{12} = 1A$$

Bu durumda kaynaktan çekilen akım $i = i_{20\Omega} = i_{30\Omega} + i_{R_L} = 1,4A$

Üretilen güç ise $P_{ii} = v \cdot i = 40v \cdot 1A = 56W$

$$\text{Transfer edilen güç yüzdesi} = \% \frac{P_L}{P_{ii}} \times 100 = \% \frac{12W}{56W} \times 100 = \%21,43$$

Süperpozisyon Metodu

Bir doğrusal sistemde birden fazla kaynak tarafından besleniyorsa sistemin doğal tepkimesi her bir kaynak için diğer kaynaklar izole edilerek hesaplanan tepkilerin toplamına eşittir. Sistemin doğrusal olması yeterli şarttır.

Ohm Kanunu; grafiksel ifade ve bağımsız kaynakların iç direnci

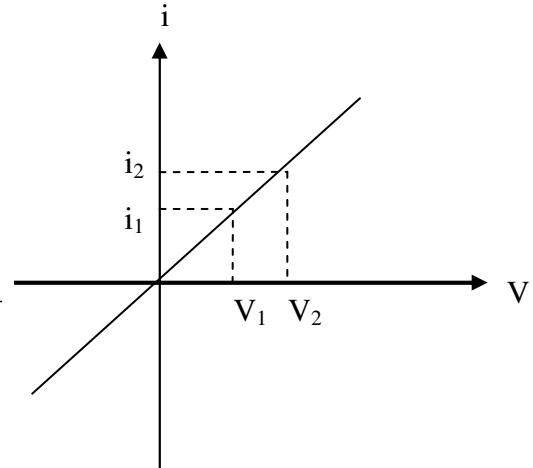
Bir direnç üzerinden geçen akımın, gerilime olan grafiği çizilirse, bu Ohm kanununun grafiksel ifadesi olur. Grafik bir doğrudan oluşur ve eğimi direncin ters değerini verir. Bunun nasıl olduğunu görelim.

$$\text{Bir doğrunun eğimi: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\text{Şekil.DT.11'deki doğrunun eğimi ise } m = \frac{i_2 - i_1}{v_2 - v_1} \text{ olur}$$

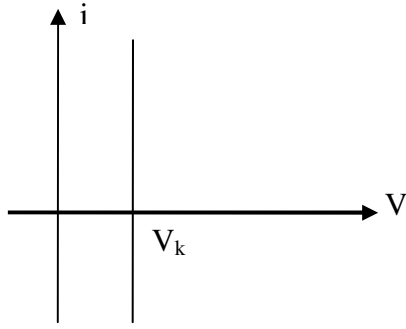
$$\text{eğer } v_1 = 0 \text{ ise, } i_1 = 0 \text{ olduğundan } m = \frac{i_2 - 0}{v_2 - 0} = \frac{i_2}{v_2} = \frac{1}{R}$$

$$m = \frac{1}{R} \text{ ise } R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \text{ şeklinde yazılabilir.}$$

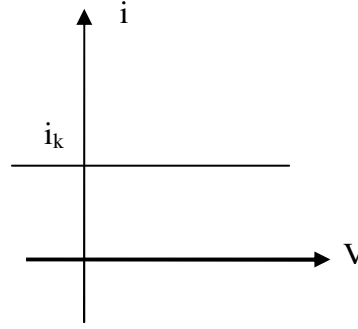


Şekil.DT.11. Direncin akım-gerilim grafiği

Şekil.DT.12'de akım ve gerilim kaynağının grafiği görülmektedir. Grafiklerin eğimlerinden faydalanarak akım ve gerilim kaynağının dirençlerini hesaplayalım.



Gerilim Kaynağının Grafiği



Akım Kaynağının Grafiği

Şekil.DT.12
Gerilim ve
Akım
Kaynağının
Gerilim
Akım
Grafikleri

Gerilim kaynağı için içi direnç hesabı:

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \Rightarrow v_2 - v_1 = v_k - v_k = 0$$

$$R = \frac{0}{i_2 - i_1} = 0\Omega$$

Akım kaynağı için iç direnç hesabı

$$R = \frac{v_2 - v_1}{i_2 - i_1} \Rightarrow i_2 - i_1 = i_k - i_k = 0$$

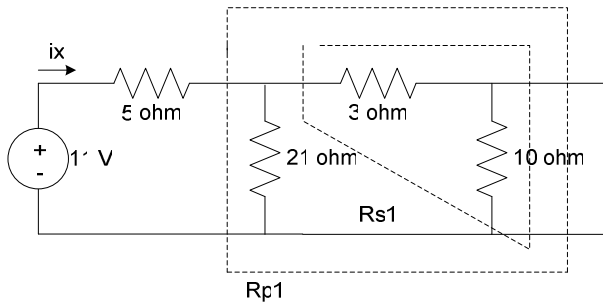
$$R = \frac{v_2 - v_1}{0} = \infty\Omega$$

Sonuç olarak gerilim kaynağının iç direnci sıfır, akım kaynağının iç direnci sonsuzdur.

Tekrar süperpozisyon yöntemine dönersek, devrenin çözümü için başta bir kaynak seçilir ve diğer bağımsız kaynaklar gerilim kaynağı ise iç direnci sıfır olduğundan kısa devre ve akım kaynağı ise iç direnci sonsuz olduğundan açık devre yapılır. Devre tek kaynak için çözülür. Daha sonra bir başka kaynağa geçilir. Çözüm bu kaynak içinde tekrarlanır. Bu işlem bütün kaynaklar için tekrarlanır. En son çözüm her bir kaynak için bulunan çözümlerin toplamıdır.

Örnek.DT.14: Örnek.DT.6'daki devreyi ve 21Ω 'uk direnç üzerinden geçen i akımını süperpozisyon yöntemi ile çözüünüz.

Yalnızca 11v'luk gerilim kaynağı için;



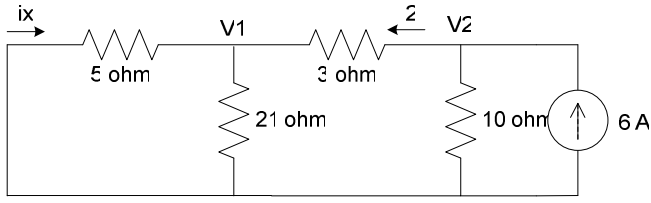
$$R_{s1} = 3 + 10 = 13\Omega$$

$$R_p = \frac{3 \cdot 2}{3 + 2} = 8,03\Omega$$

$$i_{x1} = \frac{11v}{5 + R_p} = 0.844A$$

$$i_{211} = \frac{8,03}{5 + 8,03} \cdot \frac{11v}{21} = 0.322A$$

Yalnızca 6A'lık akım kaynağı için;



$$R_{P_1} = \frac{5 \cdot 21}{5 + 21} = 4,038 \Omega$$

$$R_{S_1} = 3 + R_{P_1} = 7,038 \Omega$$

$$R_{P_2} = 4,131 \Omega$$

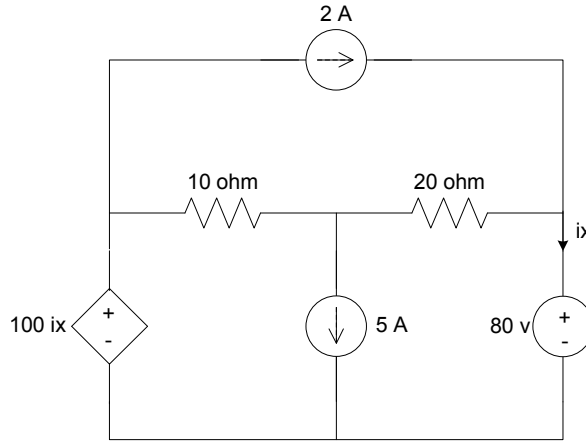
$$V_2 = 6 \cdot R_{P_2} = 24,785 \text{ v} \Rightarrow i_3 = \frac{V_2}{R_{S_1}} = 3,521 \text{ A}$$

$$V_1 = V_2 - i_3 \cdot 3 = 24,785 \text{ v} - 3 \cdot 3,521 = 14,22 \text{ v}$$

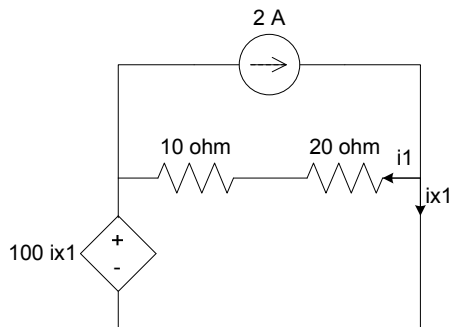
$$i_{x_2} = -\frac{V_1}{5} = \frac{-14,22}{5} = -2,844 = -2 \text{ A} \quad i_{212} = \frac{V_1}{21} = 0,677 \text{ A}$$

$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} = 0,844 - 2,844 = -2 \text{ A} \quad \text{ve} \quad i_{21} = i_{211} + i_{212} = 0,0 \text{ ** A}$$

Örnek.DT.15: Aşağıdaki devrede i_x akımını süper pozisyon yöntemi ile hesaplayınız.



Yalnızca 2A'lık akım kaynağı için;

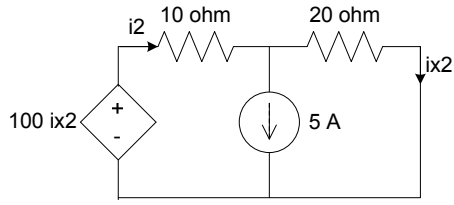


$$i_1 + i_{x_1} = 2 \text{ A} \quad \text{ve} \quad i = \frac{-100i_{x_1}}{30} - \frac{100i_{x_1}}{30} + i_{x_1} = 2 \text{ A}$$

$$-100i_{x_1} + 30i_{x_1} = 60$$

$$i_{x_1} = \frac{60}{-70} = -0,857143 \text{ A}$$

Yalnızca 5A'lık akım kaynağı için;



$$i_2 = 5 + i_{x_2}$$

$$100i_{x_2} = i_2 \cdot 10 + 20i_{x_2}$$

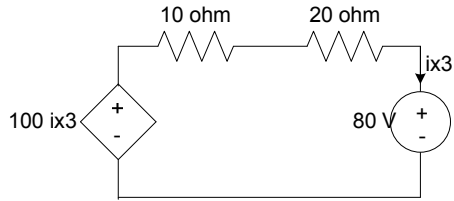
$$i_2 = \frac{80i_{x_2}}{10}$$

$$5 + i_{x_2} = \frac{80i_{x_2}}{10}$$

$$50 + 10i_{x_2} = 80i_{x_2}$$

$$i_x = \frac{50}{70} = 0,714A$$

Yalnızca 80 voltluk gerilim kaynağı için;



$$i_{x_3} = \frac{100i_{x_3} - 80}{30}$$

$$30i_{x_3} = 100i_{x_3} - 80$$

$$i_{x_3} = \frac{80}{70} = 1,14A$$

$$i_x = i_{x_1} + i_{x_2} + i_{x_3} = 1 \text{ Amper}$$