~~100~~ 100 KISMEN ÇÖZÜMLER

22 / 12 / 2016

MAT 201 - Analiz III / IV. KSS
(Matematik Bölümü I. & II. Öğretim Programları)

Adı Soyadı : Hüseyin IRMAK No.: 25 25 25 İmza :

Soru: Aşağıda verilenlerden *sadece birini seçiniz* ve isteneni gerçekleştiriniz. (100p.)

(a) Verilen fonksiyonlardan *sadece birini seçiniz* ve seçtiğiniz fonksiyonun verilen noktadaki (1. mertebeden) kısmi türevlerini *türev tanımını* kullanarak bulunuz.

(i) $f(x,y) = \frac{y}{x}$ *ve* $(-1,1)$ (ii) $f(x,y,z) = \frac{z}{x+y}$ *ve* $(1,0,-1)$

(b) Verilen fonksiyonlardan *sadece birini seçiniz* ve isteneni bulunuz.

(i) $f(x,y) = Sin(\frac{x}{y})$ *ise* $f_{yx} = ?$ (ii) $f(x,y) = zCos(\frac{x}{y})$ *ise* $f_{zxy} = ?$

Çözüm: Yine size biraz ödev bırakmak açısından, sadece (a)'da (ii)'yi ve (b)'de de (i)'yi çözelim.

Çözüm/(a)-(ii): Yani $f_x(1,0,-1)$, $f_y(1,0,-1)$ ve $f_z(1,0,-1)$ değerlerinin Türev Tanımıyla bulunması isteniyor. Yine size ödev çıkarmak açısından, sadece $f_y(1,0,-1)$'i ben sonuçlandırıyorum. Diğerlerini de sizler sonuçlandırınız. ☺

$$f_y(1,0,-1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1,0+h,-1) - f(1,0,-1)}{h} \quad \left(= \left[\tfrac{0}{0}\right]\right)$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{-1}{0+h+1} - \frac{-1}{1+0}}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{-1}{1+h} + 1}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{h}{h(1+h)} = \lim_{h\to 0} \frac{1}{1+h} = 1$$

elde edilir. (Gerçekten de;

$$f_y\Big|_{(1,0,-1)} = \frac{-z}{(x+y)^2}\Big|_{(1,0,-1)} = 1 \text{ dir.})$$

☺

(1)

$$f_x(1,0,-1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1+h,0,-1) - f(1,0,-1)}{h}$$

$$= \ldots \quad ☹$$

$$f_z(1,0,-1) = \lim_{h \to 0} \frac{f(1,0,-1+h) - f(1,0,-1)}{h}$$

$$= \ldots \quad ☹$$

Çözüm / (b)-(i):

$$f_y = \left[\sin\left(\frac{x}{y}\right)\right]_y = \left(\frac{x}{y}\right)_y \cos\left(\frac{x}{y}\right) = -\frac{x}{y^2}\cos\left(\frac{x}{y}\right)$$

ve buradan da

$$(f_y)_x = f_{yx} = \left[-\frac{x}{y^2}\cos\left(\frac{x}{y}\right)\right]_x$$

$$= \left(-\frac{x}{y^2}\right)_x \cos\left(\frac{x}{y}\right) + \left(-\frac{x}{y^2}\right)\left[\cos\left(\frac{x}{y}\right)\right]_x$$

$$= -\frac{x}{y^2}\cos\left(\frac{x}{y}\right) - \frac{x}{y^2}\cdot(-1)\cdot\left(\frac{x}{y}\right)_x \sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= -\frac{x}{y^2}\cos\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x}{y^2}\cdot\frac{1}{y}\sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= -\frac{x}{y^2}\cos\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{x}{y^3}\sin\left(\frac{x}{y}\right)$$

$$= \frac{x}{y^2}\left[-\cos\left(\frac{x}{y}\right) + \frac{1}{y}\sin\left(\frac{x}{y}\right)\right]$$

elde ederiz. (Diğerini unutmayın!!! ☹)