

MATEMATİK BÖLÜMÜ
MAT 301 - Kompleks Analiz I
Bütünleme Soruları

Adı Soyadı :

No.:

İmza :

SADECE 3 (ÜÇ) SORU SEÇİNİZ ve İSTENENİ YAPINIZ
(Değerlendirme 105 puan üzerinden olup her soru eşit değerdedir)

Soru 1) Aşağıda verilenlerden *sadece birini seçiniz ve isteneni yapınız.* (35 p.)

(a) $f(z) = \frac{z+i}{z-i}$ kompleks fonksiyonunun $z_0 = 3i$ noktasındaki limiti önce belirleyiniz sonra da doğruluğunu $\epsilon - \delta$ ilişkisiyle ispatlayınız.

(b) $z = x + iy$ olduğuna göre, $f(z) = \frac{x}{y} + iy$ kompleks fonksiyonunun $z_0 = 1 - i$ noktasında sürekli olduğunu $\epsilon - \delta$ ilişkisiyle ispatlayınız.

(c) $f(z) = \frac{z}{z-3i}$ kompleks fonksiyonunun $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ kümesinde düzgün sürekli midir? Neden? Araştırınız.

Soru 2) Aşağıda verilenlerden *sadece birini seçiniz ve isteneni yapınız.* (35 p.)

(a) $f(z) = \frac{\bar{z}}{z+i}$ kompleks fonksiyonu hangi kümeyi $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ kümesine dönüştürür? Belirleyiniz ve her iki kümeyi de ilgili düzlemlerde çiziniz.

(b) $f(z) = \frac{iz}{z+i}$ kompleks fonksiyonu $\{z \in \mathbb{C} : |z| = 2\}$ kümesini hangi kümeye dönüştürür? Belirleyiniz ve her iki kümeyi de ilgili düzlemlerde çiziniz.

(c) $z = x + iy$ olduğuna göre, $f(z) = iz^2 - 1$ kompleks fonksiyonu hangi kümeyi $\{z \in \mathbb{C} : \Im(z) < 1\}$ kümesine dönüştürür? Belirleyiniz ve her iki kümeyi de ilgili düzlemlerde çiziniz.

Soru 3) Aşağıda çeşitli kompleks kümeler verilmiştir. *Sadece birini seçiniz ve isteneni gerçekleştiriniz.* (35 p.)

(a) $\mathcal{H} = \{z \in \mathbb{C} : |\Im(iz)| \geq 1\}$ kümesini kompleks düzlemde çiziniz. Bu küme bağlantılı mıdır? Yol bağlantılı mıdır? Neden?

(b) $\mathcal{H} = \{z \in \mathbb{C} : |\Arg(iz)| = \pi/2\}$ kümesini kompleks düzlemde çiziniz. Bu kümenin iç, sınır ve yığılma noktalarının oluşturduğu kümeleri belirleyiniz.

(c) $\mathcal{H} = \{z \in \mathbb{C} : |z - ii| = 1\}$ kümesini kompleks düzlemde çiziniz. Bu küme kompakt mıdır? Bölge midir? Neden?

Soru 4) Aşağıda verilenlerden *sadece birini seçiniz ve isteneni gerçekleştiriniz.* (35 p.)

(a) $z_n = \frac{1}{(1-i)^n}$ genel terimli kompleks sayı dizisinin önce limitini belirleyiniz sonra da doğruluğunu $N - \epsilon$ ilişkisiyle gösteriniz.

(b) $z \in \mathcal{H} = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z + i| < 2\}$ olduğuna göre, $|\frac{z-i}{z+5i}|$ için *üst ve alt sınır* araştırmalarını yapınız.

(c) $z_n = i + \frac{(-1)^n}{n}$ genel terimli kompleks sayı dizisinin bir Cauchy dizi olduğunu ispatlayınız.

Başarılar . . .