

MAT 222 Vektörel Analiz
FİNAL SORULARI

Adı Soyadı :

No.:

İmza :

Soru 1) [40 p.] Aşağıda verilenlerden sadece birini seçiniz ve isteneni yapınız.

a) $\vec{f} = \vec{f}(t)$, $\vec{g} = \vec{g}(t) : \mathcal{H} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{I} \subset \mathbb{R}^n$ ($n > 2$) fonksiyonları $\mathcal{H}$ kümesinde türevlenebilir ise, $(\vec{f} \bullet \vec{g})(t)$ fonksiyonu da $\mathcal{H}$ kümesinde türevlenebilirdir. İspatlayınız.

b) $\vec{f} = \vec{f}(t)$, $\vec{g} = \vec{g}(t) : \mathcal{H} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{I} \subset \mathbb{R}^3$ vektör değerli fonksiyonları türevlenebilir ise, $\frac{d}{dt}(\vec{f} \times \vec{g}) = \frac{d}{dt}(\vec{f}) \times \vec{g} + \vec{f} \times \frac{d}{dt}(\vec{g})$ olduğunu görünüz.

c) α, β reel skalarlar olmak üzere, $\vec{f}(t)$ ve $\vec{g}(t)$ vektör değerli fonksiyonları bir t_0 noktasında sürekli ise, $\alpha \vec{f}(t) + \beta \vec{g}(t)$ vektör değerli fonksiyonu da t_0 noktasında sürekli olur. İspatlayınız.

d) $\alpha(t) : \mathcal{H} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{I} \subset \mathbb{R}$ ve $\vec{f}(t) : \mathcal{H} \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathcal{II} \subset \mathbb{R}^n$ ($n > 1$) fonksiyonları bir $\mathcal{H}$ kümesinde türevlenebilir ise, $\alpha(t) \cdot \vec{f}(t)$ fonksiyonu da $\mathcal{H}$ kümesinde türevlenebilirdir. İspatlayınız.

- o -

Soru 2) [30 p.] Aşağıda verilenlerden sadece birini seçiniz ve isteneni yapınız.

a) $\vec{f} = \vec{f}(t) = \langle 2t, t^2, t^2 - t \rangle$ vektör değerli fonksiyonunun $t_0 = 1$ noktasındaki türevinin $\langle 2, 2, 1 \rangle$ olduğunu $\epsilon - \delta$ ilişkisiyle ispatlayınız.

b) $\vec{f} = \vec{f}(t) = \langle 3t - 1, t^2 + t, 5t + 1, -2 \rangle$ vektör değerli fonksiyonunun $t_0 = 0$ noktasındaki limitini önce bulunuz ve sonra da doğruluğunu $\epsilon - \delta$ ilişkisiyle ispatlayınız.

c) $\vec{f} = \vec{f}(t) = \langle 2t, 3t - 1, t^2, 4 \rangle$ vektör değerli fonksiyonunun her $t \in \mathbb{R}$ için sürekli olduğunu ($\epsilon - \delta$ ilişkisiyle) ispatlayınız.

- o -

Soru 3) [30 p.] Aşağıda verilenlerden sadece birini seçiniz ve isteneni yapınız.

a) $\vec{f} = \vec{f}(t, r, s) = \langle r + 2t, s - t^2, r^2 - st, -rst \rangle$ vektör değerli fonksiyonunun bir (t_0, r_0, s_0) noktasındaki r - bağımsız değişkenine göre kısmi türevini, **türev tanımını** kullanarak bulunuz.

b) $\vec{f} = \vec{f}(t) = \langle t - 2\sin t, t^2 e^{-2t}, \cos^2 t \rangle$ vektör değerli fonksiyonunun **diferansiyelini** bulunuz.

c) $\vec{f} = \vec{f}(x, y) = \langle \sqrt{x - y}, \ln(x + y), \sqrt{x} - \sqrt{y} \rangle$ vektör değerli fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz ve ilgili kümeyi ilgili uzayda çizin.

d) Bir vektör değerli fonksiyonun verilen bir t_0 noktasında tanımlı olması sürekli olmasını gerektirir mi? Neden? Örneklendiriniz.

Başarılar . . .

- oOo -