

100
100

AY

GÖRÜMLER

14 / 12 / 2016

MAT 301 - Kompleks Analiz / IV. KSS

(Matematik Bölümü I. & II. Öğretim Programları)

Adı Soyadı : Hüseyin IRMAK No.: 25 25 25 İmza : AY

Soru: Aşağıda verilenlerden sadece birini seçiniz ve isteneni yapınız. (100 p.)

a) $\left(2 - \frac{i}{n^2}\right)_1$ kompleks sayı dizisinin yakınsaklığını önce görünüz, ardından doğruluğunu ispatlayınız.

b) $(z_n)_{n_0}$ kompleks sayı dizisi yakınsak ve $(w_n)_{n_0}$ kompleks sayı dizisi de iraksak ise $(z_n \cdot w_n)_{n_0}$ kompleks sayı dizisi yakınsak olur mu? Neden? Araştırınız.

Çözüm: (a); Önce $z_n = 2 - \frac{i}{n^2}$ kompleks sayı dizisinin limitinin bulunması gerekir. Kolayca,

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} z_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + i \frac{-1}{n^2}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} 2 + i \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{-1}{n^2}\right) \\ &= 2 + i \cdot 0 \\ &= 2 \end{aligned}$$

elde edilir. Şimdi doğruluğunu, yani $\epsilon - N(\epsilon)$ ilişkisiyle görelim. Bunun için de,

$\forall \epsilon > 0$ sayısı verildiğinde öyle bir $N = N(\epsilon) \in \mathbb{N}^+$ sayısını bulmalıyız ki her $n \geq N$ doğal sayısı için

$$|z_n - 2| < \epsilon \text{ olsun.}$$

Batalım:

$\epsilon > 0$ sayısı verelim. 0 lardan;

$$|z_n - 2| = \left| \left(2 - \frac{i}{n^2} \right) - 2 \right| = \left| \frac{-i}{n^2} \right| = \frac{|i|}{|n^2|} = \frac{1}{n^2} < \epsilon \text{ dir,}$$

eğer $N = N(\epsilon) = 1 + \sqrt{\lceil 1/\epsilon \rceil}$ seçilirse. 0 halde,
 $\forall \epsilon > 0$ ve $\forall n \geq 1 + \sqrt{\lceil 1/\epsilon \rceil}$ için

$$\left| \left(2 - \frac{i}{n^2} \right) - 2 \right| < \epsilon \text{ daim d\u00f6ğ\u00fcrd\u00fcr. } \epsilon > 0$$

sayısının keyfiyeti de bizi,

$$2 - \frac{i}{n^2} - 2 \rightarrow 0 \equiv 2 - \frac{i}{n^2} \rightarrow 2$$

ye g\u00f6st\u00fcr\u00fc. 

0

Ör\u00fcm: (b); $(z_n)_{n_0}$ k.s. dizisi yakınsak ve $(w_n)_{n_0}$ k.s. dizisi de iraksak i\u00e7e $(z_n \cdot w_n)_{n_0}$ k.s. dizisi YAKIWSAKTA IRAKSAKTA olabilir.

Örne\u0131n; (i) $z_n = \frac{i}{n}$ yakınsak ve $w_n = ni$ iraksaktır. $\forall \epsilon$
 $z_n \cdot w_n = \frac{i}{n} \cdot ni = i^2 = -1$ sabit k. sayı dizisi yakınsak olur.

(ii) $z_n = \frac{i}{n}$ yakınsak ve $w_n = n^2 i$ iraksaktır. ANA
 $z_n \cdot w_n = \frac{i}{n} \cdot n^2 i = -n$ dizisi de iraksak olur.

