10/10

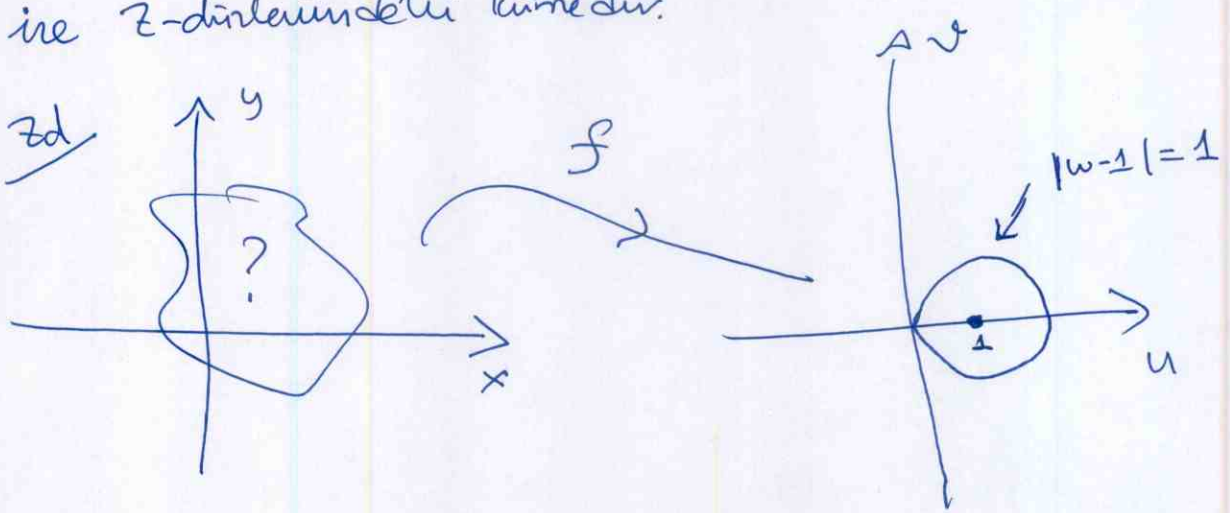
22/12/2017

MATEMATİK BÖLÜMÜ
MAT 301 Kompleks Analiz I
IV. KSS

Adı Soyadı : Hüseyin IRMAK No.: 252525 İmza :

Soru: $f(z) = \frac{z}{z-i}$ kompleks fonksiyonu hangi kümeyi $\{z \in \mathbb{C} : |z-1| = 1\}$ kümesine dönüştürür. Belirleyiniz. Her iki kümeyi de ilgili uzaylarda çiziniz. [100 p.]

Çözüm: Verilen kümenin w-düzleminde olduğu çember. İstenen ise z-düzlemindeki kümedir.



$$w = \frac{z}{z-i} \Leftrightarrow w-1 = \frac{z}{z-i} - 1$$

$$\Leftrightarrow |w-1| = \left|\frac{z}{z-i} - 1\right|$$

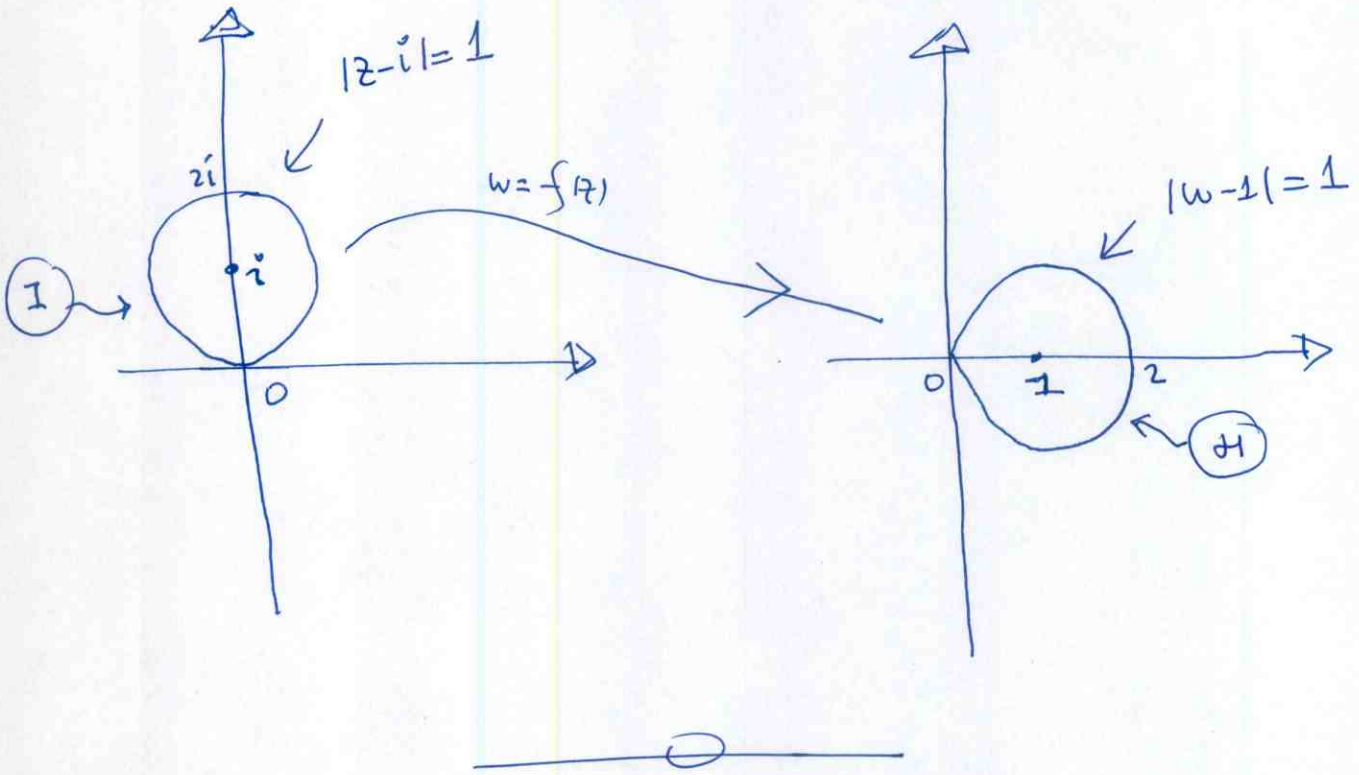
$$\Leftrightarrow 1 = \left|\frac{z-z+i}{z-i}\right|$$

$$= \left|\frac{i}{z-i}\right|$$

$$= \frac{|i|}{|z-i|}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{|z-i| = 1}$$

O halde

$$f:\ \overline{\{z\in\mathbb{C}:|z-i|=1\}}^{\,I} \to \overline{\{w\in\mathbb{C}:|w-1|=1\}}^{\,II},$$

$$f(z)=\frac{z}{z-i},$$