

KARESEL PROGRAMLAMA İLE PORTFÖY OPTİMİZASYONU

Yrd. Doç. Dr. Murat ATAN¹

ÖZET

Bu çalışmada, İMKB 100 Endeksinde bulunan şirketlerin hesaplanan getiri değerleri kullanılarak beklenen getiri ve varyans-kovaryans matrisi oluşturulmuş karesel programlama yöntemi kullanılarak portföy seçim modelinin uygulamaları yapılmıştır. Çalışmanın ilk aşamasında karesel programlama modeli şeklinde ifade edilebilen standart portföy seçim modeli, İMKB 100 şirketlerinin Ocak 2003 - Aralık 2004 dönemleri arasındaki haftalık getiri değerleri kullanılarak İMKB 100 endeksi ile benzer risk-getiri yapısındaki portföyü oluşturacak şekilde dönüştürülmüştür. Çalışmanın ikinci aşamasında standart karesel programlama modeli kullanılarak İMKB 100 endeksi ile eşit getiri düzeyinde daha düşük riske sahip portföy ağırlıkları ile İMKB 100 endeksi ile eşit risk düzeyinde olan fakat daha yüksek getirili portföy ağırlıkları hesaplanmıştır.

Anahtar Sözcükler: Portföy Seçimi, Karesel Programlama; Sermaye Piyasaları, İMKB 100 Endeksi, Optimizasyon, Yöneylem Araştırması

PORTFOLIO OPTIMIZATION WITH QUADRATIC PROGRAMMING

ABSTRACT

In this study, we constitute expected return and variance-covariance matrix by using returns of firms in ISE 100 index. Then we select the optimal portfolio by using quadratic programming during January, 2003 and December, 2004.

Key Words : Portfolio Selection, Quadratic Programming; Capital Markets, ISE 100 Index, Optimization, Operations Research,

1. GİRİŞ

Gelişmekte olan ülkelerin ekonomik yönden kalkınmalarını sağlamada en önemli faktörlerden biri sermayedir. Sermaye'yi sermaye piyasaları açısından "uzun ve sonsuz vadeli fonlar" olarak tanımlamak mümkündür. Ülke içindeki tasarrufların etkin, verimli ve karlı yatırım alanlarına yönlendirilmesi, ekonomik kalkınmanın hızlanmasını sağlayacaktır. Bu aşamada sermaye piyasaları devreye girmektedir. Sermaye piyasaları aracılığıyla tasarrufların kalkınmayı hızlandıracak büyük fonlara dönüştürülmesi mümkündür. Bir birey ya da kurum olabilen yatırımcıların tasarruf birikimlerini sermaye piyasalarında kullanmaya başlamaları ile birlikte portföy ve portföy yönetimi teknikleri ve modellerine duyulan ilgi ve ihtiyaç artmıştır. Portföy yönetimi; yatırımcının elindeki fonları, mevcut menkul kıymet alternatifleri arasında, belirli bir risk düzeyinde, en fazla getiriyi, veya belirli bir getiri düzeyinde en az riski sağlayacak şekilde paylaşmasıdır.

Portföy optimizasyonu; menkul kıymet analizi, portföy analizi ve portföy seçimi olmak üzere üç safhada gerçekleşmektedir. Portföy optimizasyonu işlemi, belli girdiler ve kısıtlar veri iken yatırımcının ihtiyaçlarını en iyi biçimde karşılayacak menkul kıymet bileşiminin bulunmasına yönelik matematiksel bir problemdir. Bu çalışmada Harry Markowitz'in ortalama-varyans modeli incelenmektedir. Markowitz ortalama-varyans analizi portföyü oluşturan menkul kıymet getirileri ile getirilerin sapmasını girdi olarak alır. Menkul kıymetler arasındaki ilişkiyi ortaya koyabilmek için kovaryans da analizin girdisidir. Yapılan

¹ Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, İncitaşı Sokak No:4, 06500 Beşevler / ANKARA, Tel : 0312 212 68 53 / 1118 E-mail : atan@gazi.edu.tr

analizin girdileri, menkul kıymetlerin geçmişte sağladığı performansa dayanabileceği gibi, analistlerin gelecekle ilgili beklentileri de olabilir. Ancak Markowitz, analizde geçmiş getirileri kullanmaktadır. Geçmişte gerçekleşen getirilerin aritmetik ortalaması beklenen getiri olarak tanımlanmaktadır. Etkin sınır oluşturmak üzere karesel programlama teknikleri kullanılmıştır. Etkin sınır belli bir beklenen getiri düzeyi için standart sapma veya varyans ile ölçülen riski en küçükleyen ve belli bir risk düzeyi için beklenen getiriyi en çoklayan uygulanabilir portföyleri tanımlar. Etkin sınır, yatırımcının portföyünü belirlerken karşılaştığı risk ve getiri arasındaki değiş-tokuşu ifade eder.

2. LİTERATÜR İNCELEMESİ

Finans literatüründe başarılı bir portföy oluşturulmasına olanak sağlayacak çeşitli portföy yönetim yaklaşımları geliştirilmiştir. Geleneksel portföy yönetim yaklaşımında menkul kıymetler arası ilişkiye dikkat edilmeden aşırı çeşitlendirmeye gidilerek portföyün riski azaltılmaya çalışılırken, modern portföy yaklaşımında ortalama-varyans modeliyle (Markowitz, 1952 : 77 - 91) portföy seçimi yapılmaktadır. Markowitz'den önce Williams, (1938), Graham and Dodd (1934) menkul kıymetleri bir portföy mantığı içinde değil de ayrı ayrı değerlendirmişlerdir. Roy (1952) ise portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirilerinin varyansı ile portföyün getirilerinin varyansı arasındaki ilişkiyi ortaya koyarak Markowitz'inkine benzer bir ortalama-varyans etkin sınırı geliştirmiştir (Rubinstein, 2002:1042). Bu çalışmaları nedeniyle ki Markowitz 'Portfolio Selection' makalesiyle kendisine atfedilen 'modern portföy teorisinin babası' ünvanında Roy'unda eşit bir paya sahip olduğunu söyler. Roy'un bu çalışmasına rağmen Markowitz'in makalesi yatırımları çeşitlendirme fikrinin ilk matematiksel formülüdür (Rubinstein, 2002:1042).

Geleneksel yaklaşımın amacı, yatırımcının yatırımından sağlayacağı faydayı en çoklamaktır. Bu yaklaşıma göre yatırımcının risk ve getiriye ilişkin fayda tercihlerini en çoklayacak bir portföyü seçeceği kabul edilmektedir (Bekçioğlu, 1984 :10).

Markowitz'in çalışması portföy yönetimine çeşitli katkılar sağlamıştır: Bu katkıların birincisi, aynı getiriyi sağlayan portföylerden riski düşük olan portföyün, aynı risk düzeyindeki portföylerden de getirisi en yüksek portföyün tercih edilmesi gereğidir. Yatırımcı en yüksek beklenen getiri ve en düşük risk düzeyini gösteren etkin sınır üzerinde kendi risk düzeyine göre bir portföy bileşimi oluşturabilmektedir. İkincisi, uygun bir çeşitlendirme ile portföyün riski portföyü oluşturan menkul kıymetlerin riskinden daha düşük olabilmekte, hatta risk yok edilebilmektedir. Bu nedenledir ki birbirleriyle yüksek korelasyon içinde bulunan menkul kıymetlerin portföye konulmasından kaçınılmaktadır (Markowitz, 1959 : 5). Menkul kıymetler arası ilişkiye dikkat edildiği takdirde portföyün sistematik olmayan riski azaltılabilmekte, hatta sıfırlanabilmektedir. İki orijinal portföy eşit varyansa sahipse, meydana gelen birleşik portföyün varyansı orijinal portföyün her birisinin varyansından küçük olmaktadır (Markowitz, 1952 : 89). Üçüncüsü, karesel programlama yoluyla her risk düzeyinde maksimum getiri sağlayan portföy bileşimleri etkin sınır ile ortaya konulabilmektedir. Etkin sınır üzerindeki portföyler belli bir risk düzeyinde en yüksek beklenen getiriye sahip portföyler olduğundan, etkin sınır üzerindeki hangi portföyün seçileceği yatırımcının riske karşı tutumuna, bir diğer ifadeyle fayda fonksiyonuna göre değişecektir. Portföy sahibinin özellikleri ve beklentileri dikkate alınarak arzuladığı risk düzeyindeki getirisini maksimum yapan bir portföy bileşimi oluşturulabilir.

Çeşitli bilim adamları da ortalama-varyans modelinden hareketle portföy seçim modelini geliştirilmeye çalışmışlardır. Tobin (1958), Sharpe (1964) ve Lintner (1965)

yatırımcının riskli varlıklardan oluşan portföyün yüzdesine karar vermesini, borç alma-ödünç verme durumunu, kısa vadeli satışlar, işlem maliyetleri ve vergiler gibi gerçek hayat kısıtlamalarını modele adapte etmişlerdir. Brennan (1971) ödünç alma ve verme oranları konusunu, Turnbull (1977) kişisel vergilendirme, belirsiz enflasyon ve piyasa dışı varlıklar konusunda çalışmışlardır. Levy (1983) ve Schnabel'de (1984) kısa vadeli satış problemiyle ilgilenmişlerdir.

Menkul kıymet sayısındaki artışın, optimal portföylerin beklenen getirisi ve varyansının belirlenmesinde neden olduğu zorluklar da Sharpe'in (1963) geliştirdiği Tek İndeks Modeli ve (Perold, 1984)'ın Çoklu Endeks Modelleri ile aşılmıştır. Ortalama - varyans modeli üzerindeki çalışmalar modelin hem matematiksel, hem de mantıksal bir uzantısı olan Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modelini (SVFM) ortaya çıkarmıştır (Harrington,1983:12). Sharpe (1964), Lintner (1965) ve Mossin (1966) Markowitz'in etkin sınırından hareketle risksiz bir finansal varlığı modele ilave etmişlerdir.

3. ARAŞTIRMANIN AMACI VE YÖNTEMİ

Bu çalışmanın amacı, modern portföy yaklaşımının varsayımlarını ve Markowitz ortalama-varyans modelini inceleyerek, İMKB 100 içinde işlem gören hisse senetlerinden en az risk ile en az endeksin getirisine eşit ya da endeksin getirisinden daha fazla getiriye sahip optimum portföy oluşturma denemesidir.

Çalışmanın ilk aşamasında karesel programlama modeli şeklinde ifade edilebilen standart Markowitz portföy seçim modeli, İMKB 100 endeksi ile benzer risk-getiri yapısındaki portföyü oluşturacak şekile dönüştürülmüştür. Ardından İMKB 100 şirketlerinin Ocak 2003 - Aralık 2004 dönemleri arasında haftalık olarak hesaplanan getiri değerleri kullanılarak beklenen getiri ve varyans-kovaryans matrisi oluşturulmuş ve model çözülmüştür. Çalışmanın ikinci aşamasında standart karesel programlama modeli kullanılarak İMKB 100 endeksi ile eşit getiri düzeyinde daha düşük riske sahip portföy ağırlıkları ile İMKB 100 endeksi ile eşit risk düzeyinde olan fakat daha yüksek getirili portföy ağırlıkları hesaplanmıştır.

4. ANALİZ

Bu çalışmada, İMKB 100 Endeksinde bulunan şirketlerin Ocak 2003 - Aralık 2004 dönemleri arasındaki haftalık dönemleri için hesaplanan getiri değerleri kullanılarak beklenen getiri ve varyans-kovaryans matrisi oluşturulmuş ve model çözülmüştür. İMKB Endeksinde bulunan şirketlerin ilgili dönem verileri İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Bilgi İşlem Merkezinden sağlanmıştır.

İMKB 100 Endeksi içinde yer alan 100 şirketten 6 tanesi bazı dönemlere ait verilerinin bulunmaması nedeniyle, dönemler arasında sağlıklı karşılaştırma yapabilmek için tüm inceleme dönemleri için analiz dışında bırakılmıştır.

4.1. KARESEL PROGRAMLAMA MODELİ

Markowitz tarafından geliştirilen standart karesel programlama şeklindeki ortalama-varyans modeli, yatırımcı tarafından hedeflenen beklenen getiri düzeyine eşit getiriye en az risk ile sağlayan portföyü bulmaya çalışır. Aşağıda çalışmada kullanılan Markowitz standart

ortalama-varyans modelinin karesel programlama formunda ifadesi (1) nolu denklemde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} \text{Amaç Fonksiyonu} & : \text{Min} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{ij} & (1) \\ \text{Kısıtlayıcı Koşullar} & : \sum_{i=1}^{N-1} w_i G_i = G_N \\ & \sum_{i=1}^{N-1} x_i = 1 \\ & 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, (n-1) \end{aligned}$$

(1) nolu eşitlikte,

- N : Mevcut finansal varlık sayısı,
 G_i : i. Finansal varlığın beklenen getirisi,
 σ_{ij} : i. ve j. finansal varlıkları arasındaki kovaryans değeri,
 ($i = 1, \dots, N$) ve ($j = 1, \dots, N$) ; $i = j$ için varyans değeri,
 w_i : Karar değişkenleri, i. finansal varlığın portföy içindeki oranı, ($i = 1, \dots, N$)
 G_N : Karşılaştırılacak varlığın (endeksin) beklenen getirisidir.

4.2. MODELİN ÇÖZÜMLENMESİ

Çalışmanın bu bölümünde İMKB 100 endeksi ile eşit risk-getiri yapısına sahip olan portföyler belirlenecektir. Bunun için ilk aşamada yukarıda anlatılan standart karesel programlama modelinin çözümlenebilmesi için İMKB 100 içinde yer alan 94 şirketin Ocak 2003 - Aralık 2004 dönemleri arasındaki haftalık dönemler için ortalama getirileri hesaplanmıştır. Böylece 94 hisse senedinin ve İMKB 100 endeksinin toplam 103 tane haftalık ortalama getiri değerleri elde edilmiştir.

Markowitz standart karesel programlama modeli ile portföy seçimi problemini çözmek için Microsoft Excel 2003 programı içerisinde yer alan ÇÖZÜCÜ eklentisi kullanılmıştır. Çalışmada her inceleme dönemi için ayrı ayrı oluşturulan Excel dosyasına örnek olarak haftalık getiriler, modelin amaç fonksiyonunun katsayılarını oluşturan varyans-kovaryans matrisi ve model aşağıda Şekil 1’de verilmiştir.

Şekil 1. Microsoft Excel 2003’de Oluşturulan Karesel Programlama Modeli ve Parametre Değerleri

	B	C	D	CQ	CR	CS
2	HAFTALIK GETİRİ TALOSU (Ocak 2003 - Aralık 2004 arası)							
3	<i>Dönem</i>	ADNAC	AEFES	YKGYO	ZOREN	İMKB 100
4	30.12.2002 - 03.01.2003	4.94	4.35	12.50	2.22	5.34
5	06.01.2003 - 10.01.2003	0.00	-2.17	-4.29	0.00	-1.48
.
.
102	13.12.2004 - 17.12.2004	0.00	-4.38	0.00	-1.22	3.07
103	20.12.2004 - 24.12.2004	-1.16	3.24	2.01	6.12	0.81
104	27.12.2004 - 31.12.2004	0.00	5.83	7.10	-2.88	1.55
105	Ortalama Getiri	1.36	1.02	1.47	0.52	0.99
106								
107	VARYANS - KOVARYANS MATRİSİ							
		ADNAC	AEFES	YKGYO	ZOREN	İMKB 100
109	ADNAC	29.03	7.20	13.18	5.35	11.04
110	AFES	7.20	19.22	5.86	0.83	6.97
.
.
204	YKGYO	16.59	5.43	32.54	8.04	12.80
205	ZOREN	6.66	0.19	8.04	26.22	6.91
206	İMKB 100	13.51	7.41	12.80	6.91	13.27
207								
208	Portföyün Ağırlıkları	%0	%0	%0	%0	
209								
210	Top. Portföy Ağırlığı	%100						
211								
212	Portföyün Getirisi	0.000						
213	Hedeflenen Getiri	0.993						
214								
215	Portföyün Varyansı	0.000						
216	Standart Sapması	0.000						

Markowitz standart karesel programlama modeli ile ilgili Microsoft Excel 2003 alan tanımlamaları ve modelin çözümünde kullanılan formüller Tablo 1’de tanımlanmıştır.

Tablo 1. Markowitz Karesel Programlama Modeli ile İlgili Microsoft Excel 2003 Alan Tanımlamaları ve Modelin Çözümünde Kullanılan Formüller

Tanım Aralığı	Açıklaması	Formülü
C105 : CS105	Ortalama Getiriler	= ORTALAMA (C4 : C104) Yukarıdaki Formül (C105:CS105) aralığına kopyalanmıştır.
C109 : CS206	Varyans – Kovaryans Matrisi	= KOVARYANS (\$C\$4 : \$C\$104 ; C4 : C104) Yukarıdaki Formül (C109 : CS206) aralığına kopyalanmıştır.
C208 : CR208	Karar Değişkenleri, Finansal Varlıkların Portföy içindeki Payları	
C210	Portföy Ağırlıklarının Toplamı	= TOPLA(C208:CR208)
C212	Portföyün Getirisi	= TOPLA.ÇARPIM (C105 : CR105 ; C208 : CR208)
C213	Hedeflenen Getiri	30.12.2002 – 31.12.2004 Dönemleri Arasında İMKB 100 Endeksinin Değişimi (getirisi)
C215	Portföyün Varyansı	= TOPLA.ÇARPIM (DÇARP (C208 : CR208 ; C109 : CU206) ; C208 : CR208)
C216	Portföyün Standart Sapması	= KAREKÖK (C215)

Markowitz karesel programlama modeli ile ilgili Microsoft Excel 2003 ÇÖZÜCÜ eklentisinin çözüm parametreleri Tablo 2’de tanımlanmıştır.

Tablo 2. Markowitz Standart Karesel Programlama Modeli ile İlgili Microsoft Excel 2003 ÇÖZÜCÜ Eklentisinin Çözüm Parametreleri

Amaç Fonksiyonu	Karar Değişkenleri	Kısıtlayıcı Koşullar
Min \$C\$215	\$C\$209:\$C\$209	\$C\$210 = 100 \$C\$209 : \$C\$209 >= 0 \$C\$212 = \$C\$213

Markowitz standart karesel programlama modeli şeklinde ifade edilen modelin çözümlenmesi ile İMKB 100 endeksi ile aynı risk ve getiri düzeyine sahip portföyler elde edilmiştir. Haftalık dönemler itibariyle portföyler içindeki hisse senetlerinin ağırlıkları Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3’den de izlenebileceği gibi, P1 mevcut Pazar endeksinin dağılımını oluşturduğu portföyü göstermektedir. Portföyün beklenen haftalık ortalama getirisi 0,993 beklenen getirinin varyansı ise 13,399’dur. P1 ağırlıkları değişen 13 adet hisse senedinden oluşmaktadır. İlgili tabloda P1 için sadece P2 - P30 arasında portföy modeli içerisinde yer alan 22 senedin portföy ağırlıkları gösterilmiştir.

P2 endeksle eşit getiriye sahip fakat en az risk seviyesini sağlayan portföydür. Bu portföy ise 22 farklı hisse senedinden oluşmaktadır. P3 - P12 arasındaki portföylerde endeks getirisi %1 düzeyinde P13 - P30 arasındaki portföylerde ise endeks getirisi %5 düzeyinde artırılmış ve portföyün varyansı ile bileşiminde meydana gelen değişim izlenmiştir.

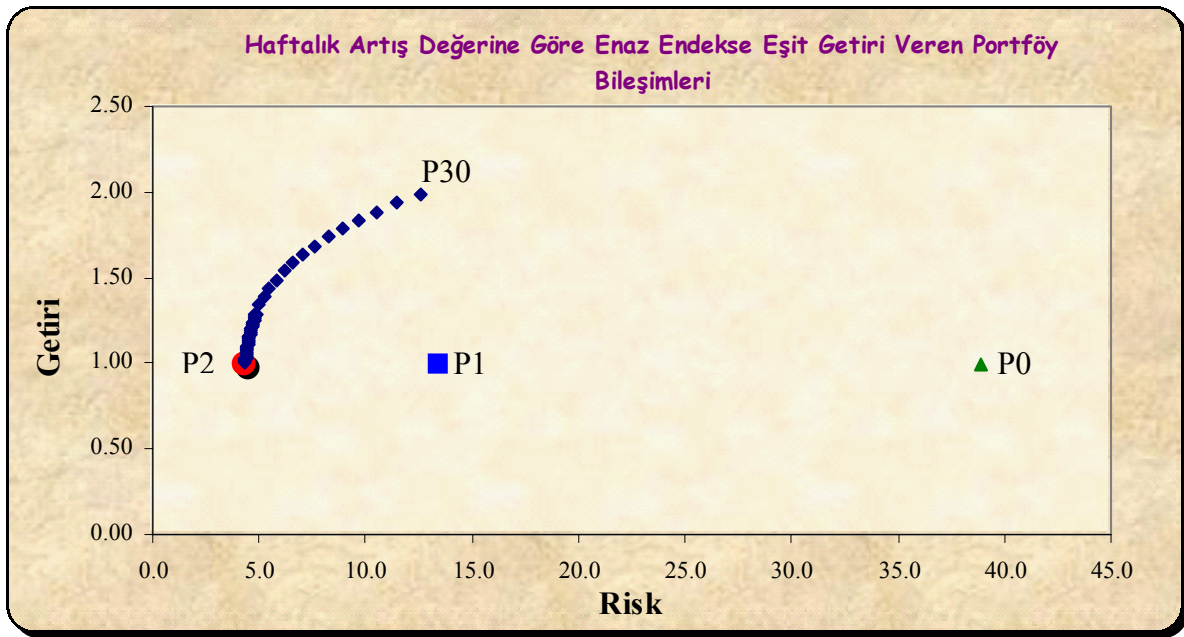
Şekil 2’de ise Haftalık getirilere göre oluşturulmuş etkin sınır grafiği verilmiştir.

Tablo 3. Haftalık Getirilerine Göre İMKB 100 Endeksi ile Aynı Getiri ve Risk Düzeyine Sahip Portföy Ağırlıkları (%)

	Hedeflenen Getiri	Portföy Varyansı	AEFES	ALGYO	ANACM	ASELS	BANVT	BOSSA	BRSAN	DISBA	DOKTS	ECILC	EGSER	FINBN	GIMA	GRGYO	IHEVA	KIPA	KRDMD	PETKM	PRKTE	SKBNK	UZEL	ZOREN
P1	0.993	13.399	8.31	0.00	0.00	0.28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	12.11	25.17	0.00	0.00	0.71	2.09	0.71
P2	0.993	4.342	14.69	1.82	2.17	3.88	2.73	3.07	4.64	3.64	0.00	0.00	8.19	0.00	3.82	0.00	0.00	19.22	0.00	6.64	3.01	7.79	8.47	5.58
P3	1.003	4.349	14.67	1.86	2.44	3.76	2.68	2.92	4.87	3.86	0.00	0.00	8.27	0.00	3.58	0.00	0.00	19.17	0.00	6.47	3.05	7.89	8.48	5.54
P4	1.013	4.357	14.64	1.92	2.68	3.68	2.57	2.78	5.14	4.06	0.00	0.00	8.35	0.00	3.37	0.02	0.00	19.11	0.00	6.26	3.10	7.98	8.53	5.49
P5	1.023	4.366	14.66	1.95	2.87	3.60	2.52	2.68	5.32	4.25	0.00	0.00	8.40	0.00	3.04	0.17	0.00	19.05	0.00	6.07	3.15	8.12	8.55	5.43
P6	1.033	4.375	14.63	1.97	3.08	3.51	2.44	2.56	5.50	4.44	0.00	0.00	8.49	0.00	2.75	0.34	0.00	18.99	0.00	5.89	3.15	8.21	8.58	5.38
P7	1.043	4.385	14.68	1.98	3.27	3.42	2.35	2.43	5.69	4.59	0.00	0.00	8.55	0.00	2.42	0.52	0.00	18.92	0.00	5.71	3.18	8.33	8.61	5.32
P8	1.052	4.396	14.66	1.97	3.46	3.34	2.28	2.31	5.87	4.79	0.00	0.00	8.61	0.00	2.13	0.67	0.00	18.86	0.00	5.53	3.21	8.43	8.64	5.25
P9	1.062	4.407	14.69	2.00	3.62	3.26	2.17	2.17	6.06	4.95	0.00	0.00	8.68	0.00	1.76	0.86	0.00	18.79	0.00	5.32	3.24	8.55	8.67	5.20
P10	1.072	4.418	14.69	1.96	3.85	3.16	2.10	2.04	6.25	5.12	0.00	0.00	8.74	0.00	1.48	1.02	0.00	18.73	0.00	5.15	3.26	8.64	8.71	5.12
P11	1.082	4.431	14.70	1.99	3.97	3.10	1.99	1.91	6.41	5.29	0.00	0.00	8.82	0.00	1.08	1.22	0.00	18.66	0.00	4.95	3.31	8.77	8.75	5.08
P12	1.092	4.443	14.70	1.99	4.16	3.01	1.90	1.78	6.59	5.47	0.00	0.00	8.88	0.00	0.77	1.39	0.00	18.60	0.00	4.76	3.32	8.87	8.78	5.02
P13	1.142	4.518	14.52	1.89	5.12	2.45	1.26	1.01	7.60	6.36	0.07	0.00	9.21	0.00	0.00	2.06	0.00	18.22	0.00	3.74	3.49	9.25	9.04	4.61
P14	1.191	4.610	14.22	1.78	6.04	1.52	0.19	0.33	8.74	7.17	0.89	0.00	9.48	0.00	0.00	2.36	0.00	17.80	0.00	2.67	3.69	9.29	9.22	4.25
P15	1.241	4.720	13.77	1.62	6.97	0.35	0.00	0.00	9.82	8.17	1.65	0.00	9.77	0.00	0.00	2.66	0.00	17.25	0.00	1.41	3.81	9.41	9.19	3.76
P16	1.291	4.854	13.01	1.25	7.95	0.00	0.00	0.00	10.73	9.36	2.16	0.04	10.09	0.00	0.00	3.12	0.00	16.70	0.10	0.00	3.84	9.74	9.08	2.82
P17	1.340	5.022	11.81	0.31	9.18	0.00	0.00	0.00	10.64	10.62	2.34	0.25	10.35	0.00	0.00	3.49	0.01	16.27	1.00	0.00	3.44	10.02	8.93	1.35
P18	1.390	5.227	10.64	0.00	10.47	0.00	0.00	0.00	10.13	11.75	2.42	0.16	10.42	0.00	0.00	3.80	0.31	15.84	1.97	0.00	3.14	10.39	8.55	0.00
P19	1.440	5.484	8.94	0.00	11.73	0.00	0.00	0.00	8.88	13.15	2.40	0.16	10.44	0.00	0.00	3.88	0.75	15.13	3.35	0.00	2.62	10.83	7.76	0.00
P20	1.489	5.797	7.21	0.00	12.98	0.00	0.00	0.00	7.60	14.52	2.36	0.17	10.48	0.00	0.00	3.96	1.17	14.42	4.74	0.00	2.12	11.32	6.93	0.00
P21	1.539	6.168	5.50	0.00	14.24	0.00	0.00	0.00	6.34	15.91	2.34	0.17	10.50	0.00	0.00	4.04	1.60	13.71	6.12	0.00	1.61	11.78	6.12	0.00
P22	1.589	6.595	3.81	0.00	15.50	0.00	0.00	0.00	5.09	17.29	2.32	0.19	10.51	0.00	0.00	4.12	2.02	13.00	7.51	0.00	1.07	12.25	5.31	0.00
P23	1.638	7.080	2.09	0.00	16.75	0.00	0.00	0.00	3.81	18.69	2.30	0.15	10.56	0.01	0.00	4.22	2.45	12.29	8.89	0.00	0.58	12.67	4.53	0.00
P24	1.688	7.620	0.18	0.00	17.51	0.00	0.00	0.00	2.67	19.69	2.25	0.35	10.60	1.07	0.00	4.16	2.86	11.69	10.22	0.00	0.00	13.03	3.72	0.00
P25	1.738	8.221	0.00	0.00	18.09	0.00	0.00	0.00	0.48	20.49	1.93	0.00	10.36	1.82	0.00	4.33	3.41	10.85	11.92	0.00	0.00	13.69	2.64	0.00
P26	1.787	8.896	0.00	0.00	18.46	0.00	0.00	0.00	0.00	21.38	1.53	0.00	9.93	2.36	0.00	4.26	3.96	9.56	13.50	0.00	0.00	14.07	1.00	0.00
P27	1.837	9.661	0.00	0.00	18.48	0.00	0.00	0.00	0.00	22.34	0.91	0.00	9.30	3.00	0.00	4.14	4.54	7.96	15.10	0.00	0.00	14.22	0.00	0.00
P28	1.887	10.527	0.00	0.00	18.26	0.00	0.00	0.00	0.00	23.41	0.02	0.00	8.56	3.74	0.00	4.02	5.11	6.04	16.77	0.00	0.00	14.08	0.00	0.00
P29	1.936	11.501	0.00	0.00	18.14	0.00	0.00	0.00	0.00	24.59	0.00	0.00	7.70	4.20	0.00	3.64	5.64	3.89	18.42	0.00	0.00	13.79	0.00	0.00
P30	1.986	12.585	0.00	0.00	17.94	0.00	0.00	0.00	0.00	25.80	0.00	0.00	6.87	4.68	0.00	3.29	6.15	1.73	20.07	0.00	0.00	13.46	0.00	0.00

Bu portföylerde dikkat edilecek nokta; getirideki artışa bağlı olarak risk seviyesinde de artış olduğudur. P1 portföyü İMKB 100 Endeksi ile aynı getiriye ve riske sahip portföyü göstermektedir. Buna göre; yatırımcının portföyünde AEFES (%8.31), ASELS (%0.28), KIPA (%12.11), KRDM (25.17), SKBNK (%0.71), UZEL (%2.09) ve ZOREN (%0.71) hisse senetleri yer almalıdır. P2 portföyü ise İMKB 100 Endeksi ile aynı getiriye sahip fakat en az risk düzeyi ile oluşturulan portföy alternatifidir. Buna göre; yatırımcının portföyünde AEFES (%14.69), ALGYO (%1.82), ANACM (%2.17), ASELS (%3.88), BANVT (%2.73), BOSSA (%3.07), BRSAN (%4.64), DISBA (%3.64), EGSER (%8.19), GIMA (%3.82), KIPA (%19.22), PETKM (%6.64), PRKTE (%3.01), SKBNK (%7.79), UZEL (%8.47) ve ZOREN (%5.58) hisse senetleri yer almalıdır. P1 ve P2 karşılaştırıldığında hisse senetlerinde oluşan çeşitlendirmenin riski azaltığı görülmektedir. P2 - P30 arasındaki portföylerin senet bileşimleri incelendiğinde sektörel bir yoğunlaşmanın olmadığı görülmektedir. Belirli hisse senetlerinin (AEFES, ASELS, BANVT, BOSSA, GIMA, KİPA, PETKM, PRKTE, UZEL ve ZOREN) portföy içerisindeki ağırlıkları hedeflenen getirinin artması ile birlikte azalmakta buna karşın belirli hisse senetlerinin (ANACM, DISBA, DOKTS, EGSER, GRGYO, IHEVA, KRDM ve SKBNK) portföy içerisindeki ağırlıkları beklenen getiri ve portföy varyansının artmasına paralel olarak artmaktadır. Portföyü oluşturan diğer senetler ise portföyün getirisi veya varyansının artması karşında çok belirgin bir değişim göstermemektedir.

Şekil 2. Haftalık Getirilerine Göre Etkin Sınır Eğrisi ve İMKB 100 Endeksi ile Eşit Risk - Getiri Yapısına Sahip Portföyler



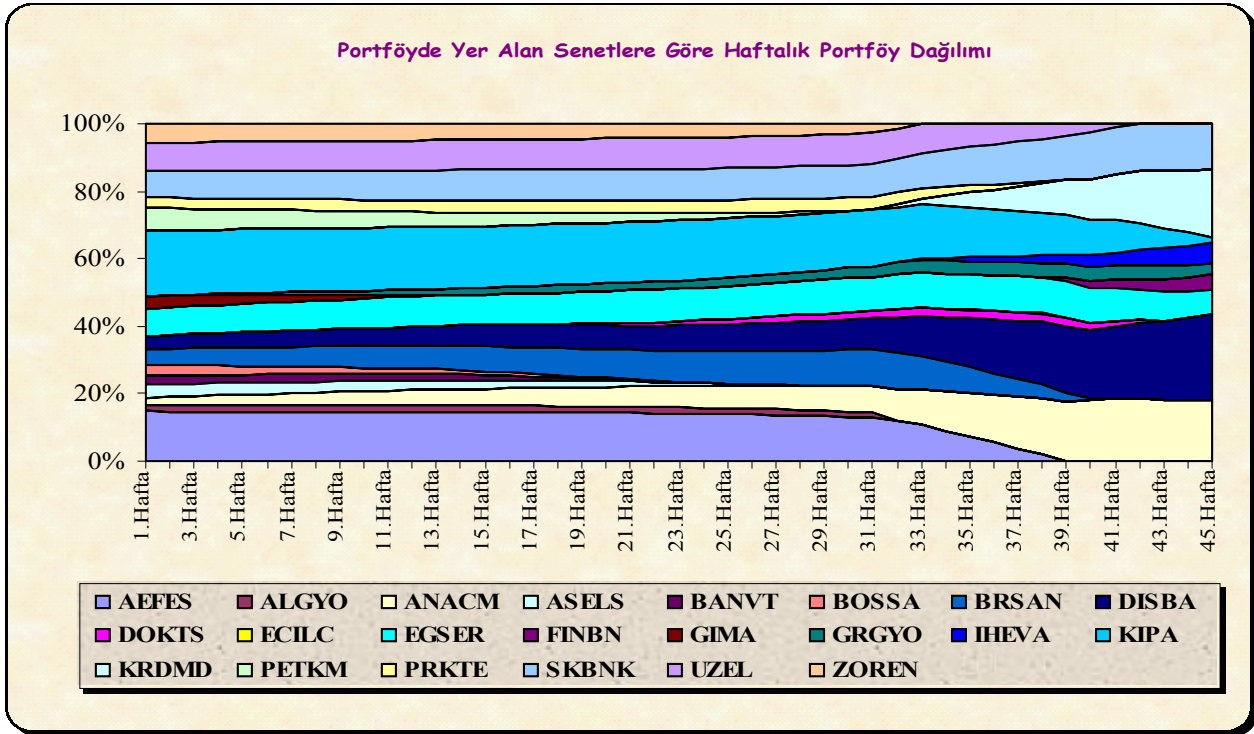
Şekil 2’de yer alan P1 portföyü İMKB 100 endeksi ile eşit risk-getiri değerine sahip olan portföydür. Bu portföyün getirisi 0.993 buna karşın riski ise 13.399’dur. P2 portföyü ise İMKB 100 endeksinin getirisi sabit kalmak koşulu ile daha düşük riske sahip bir portföyü göstermektedir. P2 portföyünün riski 4.342’dir. P0 portföyü ise İMKB 100 endeksi ile eşit getiriye sahip iken en yüksek risk seviyesini göstermektedir. Bu portföyün riski ise 38.848’dir. P2 – P30 arasındaki portföyler ise etkin sınır eğrisi üzerinde yer alan diğer alternatif portföy bileşimlerini göstermektedir.

Yatırımcı getirisini %100 arttırmak istediğinde riskini de %290 oranında arttırmaktadır. Bir diğer ifade ile, yatırımcı getirisinin üstünde bir riske katlanmak zorundadır.

Daha fazla riske katlanmanın yatırımcıya sağlayacağı ek bir getiri yoktur. Minimum risk düzeyinde portföy oluşturmak yatırımcı açısından daha avantajlıdır.

Şekil 3’de ise Portföyde yer alan senetlerin portföy içindeki ağırlıklarına göre haftalık dağılımları verilmiştir.

Şekil 3. Portföyde Yer Alan Senetlere Göre Haftalık Portföy Dağılımı



Şekil 3’de haftalık dönemler için portföy içinde yer alan hisse senetlerinin dağılımı gösterilmektedir. Bu şekilde en dikkat çekici nokta yatırımcının hedeflenen getiri düzeyinde yapacağı artışa paralel olarak üstleneceği risk oranında artış olması portföy içinde yer alan hisse senedi dağılımını büyük ölçüde etkilemektedir. Bazı senetlerin portföy içindeki payı risk ve getiri ile birlikte büyürken bazıları tam aksine azalmakta hatta hiç portföyde yer almamaktadırlar. Tablo 4’de portföyde yer alan 22 hisse senedi getirileri ile İMKB 100 Endeksi getirisi arasındaki korelasyon değerleri gösterilmektedir.

Tablo 4. Getirilere Göre Oluşturulan Portföyde Yer Alan Hisse Senetleri İle İMKB 100 Endeks Getirisi Arasındaki Korelasyon Değerleri

FINBN	0.711	DOKTS	0.412
DISBA	0.614	GRGYO	0.412
GIMA	0.577	KRDMMD	0.407
ECILC	0.544	PETKM	0.396
ANACM	0.522	ZOREN	0.371
ALGYO	0.518	IHEVA	0.367
BOSSA	0.517	SKBNK	0.358
ASELS	0.505	PRKTE	0.352
BRSAN	0.481	UZEL	0.241
BANVT	0.467	EGSER	0.116
AEFES	0.436	KIPA	-0.018

Tablo 4. incelendiğinde sadece haftalık getiri ile İMKB 100 endeks getirisi arasında ters yönlü (negatif) ve zayıf korelasyon ilişkisi KIPA hisse senedinde vardır. İlgili dönemler için İMKB 100 endeks getirisi ile hisse senedi getirisi arasında pozitif ve güçlü korelasyon olması, endeks getirisinin artmasının ilgili hisse senedinin getirisini de artıracığı ya da endeks getirisinde meydana gelebilecek bir azalmanın ilgili hisse senedinin getirisinde de bir azalmaya yol açacağı şeklinde yorumlanabilir. Buna karşın endeks getirisi ile hisse senedi getirisi arasında negatif bir korelasyon değeri ise ilgili hisse senedinde endeksteeki değişimin ters yönünde bir hareket olacağı şeklinde yorumlanabilir.

Tablo 5’de portföyde yer alan 22 hisse senedinin 31.12.2002 – 31.12.2004 dönemleri arasında gerçekleşmiş ortalama getirileri ve risklerinin analize dahil edilen 94 hisse senedine ait ortalama getiri ve risk değerlerine göre sıralaması gösterilmektedir.

Tablo 5. 31.12.2002 – 31.12.2004 Dönemleri Arasında Gerçekleşen Ortalama Getiri ve Risk Değerlerine Göre Hisse Senetlerinin Sıralaması

Senetler	Sıra No	Ortalama Getirileri	Sıra No	Ortalama Risk
AEFES	53	1.02	7	6.97
ALGYO	50	1.05	37	9.50
ANACM	5	1.69	15	8.00
ASELS	87	0.42	45	10.09
BANVT	78	0.61	12	7.46
BOSSA	79	0.59	16	8.02
BRSAN	22	1.40	13	7.80
DISBA	3	2.01	61	12.16
DOKTS	18	1.46	36	9.47
ECILC	20	1.42	27	8.92
EGSER	25	1.37	2	2.87
FINBN	4	1.91	71	13.12
GIMA	64	0.74	22	8.49
GRGYO	6	1.66	40	9.58
IHEVA	2	2.24	81	14.19
KIPA	68	0.70	1	-0.36
KRDMD	1	2.76	63	12.49
PETKM	90	0.34	9	7.35
PRKTE	23	1.39	25	8.72
SKBNK	8	1.64	11	7.45
UZEL	43	1.12	3	4.45
ZOREN	84	0.52	5	6.91

Tablo 5 incelendiğinde portföyde yer alan hisse senetlerini ortalama getiri sıralamaları açısından iki grupta yer aldıkları görülmektedir. Birinci grup ortalama getiri sıralamasında ilk %25 içinde olanlar ve ikinci grupta ise ortalama getiri açısından son %25 içinde olanlardır. Ortalama risk açısından da benzer bir tablo vardır. Ortalama getiride son %25 içinde olan hisse senetleri ortalama risk açısından en düşük risk sıralamasında ilk %25 içinde yer alırken ortalama getiri açısından ilk %25 içinde yer alan senetler ortalama risk sıralaması açısından en

yüksek %25 risk grubu içinde yer almaktadırlar. Getiri ve risk arasında aynı yönlü doğrusal bir ilişki vardır.

5. SONUÇ

Markowitz modeli yaygın olarak kurumsal portföy yöneticilerinin performans ölçümü ve portföylerinin yapısını oluşturmak için kullandıkları bir model olarak gelişmesine karşın, bilgi işlem teknolojisi ve model çözüm algoritmalarında sağlanan gelişmeler günümüzde çok sayıda hisse senedini içeren büyük ölçekli portföy seçim modellerinin de çözümlenebildiği ve bireysel yatırımcıların yatırım kararlarında kullanabildikleri bir model haline gelmiştir.

Bu çalışmada, İMKB 100 Endeksinde bulunan şirketler üzerinde Markowitz Standart Karesel Programlama Yöntemi kullanılarak portföy seçim modelinin uygulamaları yapılmıştır. Bireysel yatırımcıların kullanabilecekleri portföy seçim modelleri, Microsoft Excel 2003 üzerinde kurulmuş ve Çözücü ile çözülmüştür. İMKB 100 endeksi ile aynı getiri düzeyinde daha düşük riske sahip portföy ağırlıkları bulunarak, farklı risk algılama düzeyindeki yatırımcılar için seçim alternatifleri oluşturulmuştur.

Çalışmadan elde edilen en önemli bulgu, risk ile getiri arasında aynı yönlü güçlü bir ilişkinin olduğudur. Yatırımcının portföy içinde çeşitlendirme yaparak portföyün riskini azaltması mümkündür. Oluşturulan alternatif modeller ile riski seven, riskten kaçan ve nötr davranış gösteren üç farklı yatırımcı için ayrı ayrı portföyler oluşturulması mümkün olmuştur. Buna göre yatırımcı davranış şekline göre bu alternatif portföylerden herhangi birini seçebilir.

KAYNAKLAR

- Brennan M.J.,(1971), Capital Market Equilibrium with Divergent Borrowing and Lending Rates, Journal of Financial and Quantitative Analysis.
- Graham, Benjamin and Dodd, David L., (1934), Security Analysis: Principles and Technique (McGraw-Hill, Columbus, OH)
- Harrington Diana, (1983), Modern Portfolio Theory and The Capital Asset Pricing Model A User's Guide, Prentice-Hall, Inc.,Englewood Cliffs, New Jersey.
- Jorion Philippe, (1992), Portfolio Optimization in Practice, Financial Analysts Journal, January-February.
- Köse, E., (2001), Doğrusal Olmayan Programlama Yöntemlerinden Kuadrantik Programlama İle İMKB (30)'da Portföy Oluşturma Uygulaması, Yüksek Lisans Tezi, T.C. Marmara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, İstanbul.
- Küçükkoçaoğlu Güray, (2002), Optimal Portföyün Seçimi ve İMKB Ulusal-30 Endeksi Üzerine Bir Uygulama, Active-Bankacılık ve Finans Dergisi 26, Eylül-Ekim.
- Levy H.,(1983), The Capital Asset Pricing Model: Theory and Empiricism, The Economic Journal, Vol: 93.
- Lintner John,(1965), Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification, Journal of Finance 20, No: 4, December.
- Markowitz Harry, (1952), Portfolio Selection, The Journal of Finance, Vol: 7, No: 1, March
- Markowitz Harry, (1959), Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investment, Yale University Pres.
- Oğuz, Y., (2001), Portföy Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- Perold F. Andre, (1984), Large-Scale Portfolio Optimization, Management Science, Vol:30, No:10, October.
- Richard C.Grinold, (1999), Mean-Variance and Scenario-Based Approaches To Portfolio Selection, The Journal of Portfolio Management, Vol:25, No:2, Winter.
- Roll Richard, (1977), A Critique of the Asset Pricing Theory's Test: Part I On Past and Potential Testability of the Theory, Journal of Financial Economics, Vol:4, No:2, March.
- Ross Stephan, (1976), The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, Journal of Economic Theory Vol:13, No:3.
- Roy, A.D.,(1952), Safety First and The Holding of Assets, Econometrica 20.
- Rubinstein, Mark, (2002), Markowitz's 'Portfolio Selection':A Fifty-Year Reprospective, The Journal of Finance, Vol.LVII, No.3, June.
- Schnabel J.A., (1984), Short Sales Restrictions and Security Market Line, Journal of Business Research, Vol:12.

- Sharpe F. William, (1963), A Simplified Model for Portfolio Analysis, Management Science, Vol:9.
- Sharpe F. William, (1964), Capital Asset Prices, A Theory of Market, Equilibrium Under Conditions of Risk, The Journal of Finance, Vol: 19, No:3, September.
- Tobin James, (1958), Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, Review of Economic Studies 26, No:1, February.
- Turnbull S.M., (1977), Market Imperfections and the Capital Asset Pricing Model, Journal of Business Finance & Accounting, Vol: 4, 3.
- Ulucan Aydın, (2000), Markowitz Ortalama-Varyans Kuadratik Programlama Modelinin İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanması : Optimal Portföylerin ve Yatırım Sürelerinin Belirlenmesi, Ankara Üniversitesi Siyasal Bilimler Fakültesi Dergisi, Cilt:55-2.
- Ulucan, Aydın, (2002), Markowitz Kuadratik Programlama İle Portföy Seçim Modelinin, Sermaye Piyasasında Endeks İle Aynı Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyün Elde Edilmesinde Kullanımı, Hacettepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi, Cilt 20, Sayı 2.
- Yalçın, K., Atan, M., Boztosun, D., (2004), “Markowitz Karesel Programlama İle Portföy Seçim Modelinin İMKB 100 Endeksine Uygulanması, Endeks İle Aynı Getiriye Sahip Portföy Oluşturulması”, VIII. Ulusal Finans Sempozyumu, İstanbul Teknik Üniversitesi, İşletme Fakültesi, 26 - 28 Ekim 2004, İstanbul
- Yerlikaya, İ., Ö., (2001), Portföy Analizi, Portföy Yönetimi ve İMKB’de Bir Uygulama, Yüksek Lisans Tezi, T.C. Dokuz Eylül Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İşletme Anabilim Dalı, İzmir
- Williams, John Burr, (1938), The Theory of Investment Value (North Holland Publishing, Amsterdam); reprinted 1997 (Fraser Publishing, Burlington, VT).